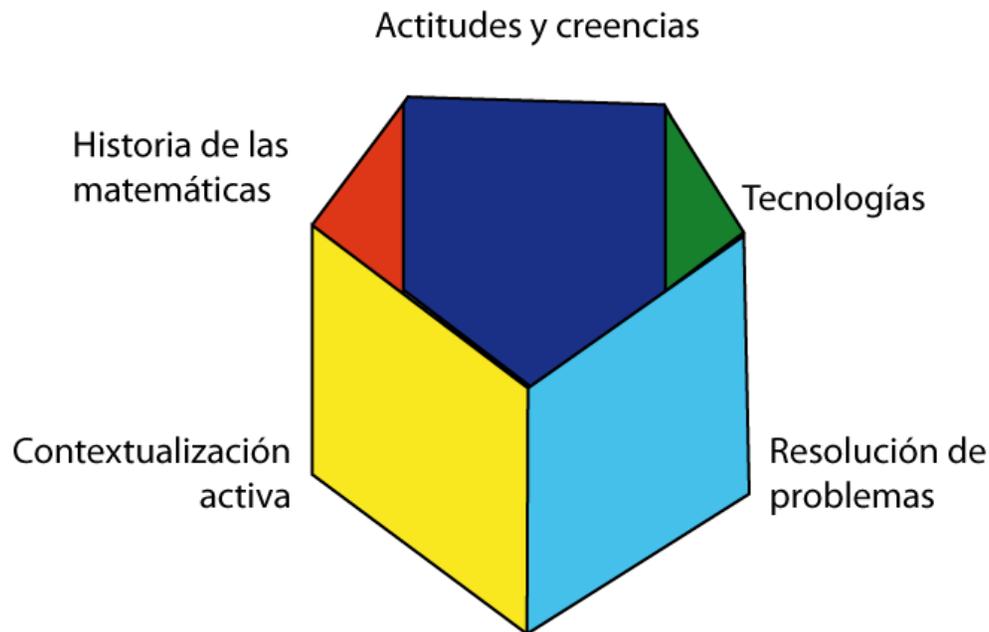

República de Costa Rica
Ministerio de Educación Pública

PROGRAMAS DE ESTUDIO EN
MATEMÁTICAS
TRANSICIÓN 2013



Basados en los programas de estudio en Matemáticas aprobados por el Consejo Superior de Educación el 21 de mayo del 2012.

Elaborados con el apoyo del proyecto del Ministerio de Educación Pública *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*, con el aporte de la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación.

PROGRAMAS DE ESTUDIO EN MATEMÁTICAS TRANSICIÓN 2013

Tabla de contenidos

Introducción	3
Programas de cada ciclo educativo.....	6
Primer ciclo	7
Conocimientos Básicos	8
Primer ciclo, Números	10
Primer ciclo, Geometría.....	27
Primer ciclo, Medidas	35
Primer ciclo, Relaciones y Álgebra.....	42
Primer ciclo, Estadística y Probabilidad.....	50
Segundo ciclo.....	70
Segundo ciclo, Números	71
Segundo ciclo, Geometría	91
Segundo ciclo, Medidas.....	104
Segundo ciclo, Relaciones y Álgebra	109
Segundo ciclo, Estadística y Probabilidad	122
Tercer ciclo.....	144
Tercer ciclo, Números	145
Tercer ciclo, Geometría	161
Tercer ciclo, Relaciones y Álgebra.....	173
Tercer ciclo, Estadística y Probabilidad	184
Ciclo diversificado.....	205
Ciclo diversificado, Geometría	206
Ciclo diversificado, Relaciones y álgebra	208
Ciclo diversificado, Estadística y probabilidad	213
Distribución de áreas para el 2013.....	214
Anexo.....	215
Créditos	220
Bibliografía	221

Introducción



Imagen propiedad del MEP

La instalación de los nuevos programas de estudio de matemática aprobados por el Consejo Superior de Educación el 21 de mayo de 2012 se hará de modo paulatino, tomando en cuenta que el nuevo programa presenta diferencias con el vigente en contenidos, enfoque y metodología. El 2016 será el primer año en que se estará ejecutando el nuevo programa en todos los niveles.

Lo anterior implica que en los años 2013, 2014 y 2015 deberá aplicarse programas de transición. Estos programas están basados en los programas aprobados en 2012 pero contemplan los conocimientos previos que el programa vigente proporciona al estudiantado en cada nivel.

Por las razones anteriores, se establece un plan de transición de tres años (2013, 2014 y 2015), de manera que a partir del año 2016 toda la enseñanza primaria y secundaria estará trabajando con los nuevos programas.

Este documento es el programa de transición para el año 2013, en el se establecen lineamientos generales y la malla curricular en Matemáticas para dicho año.

La exposición de fundamentos, ejes, gestión y planeamiento, metodología y evaluación, sí como las indicaciones generales sobre las áreas y su introducción en los ciclos, que proporciona el programa aprobado, rige para este programa especial de transición y debe consultarse en el documento de dicho programa. Aquí se proporciona la malla curricular a ejecutar durante este año, así como algunas indicaciones que relacionan ambos programas, con el propósito de ubicar a las y los docentes.

Este programa de transición 2013 contempla tres situaciones diferentes:

- Las y los estudiantes que ingresan al primer año estarán trabajando con los nuevos programas tal como fueron aprobados.
- Desde el segundo año hasta el octavo, los programas de este plan son básicamente los recientemente aprobados pero adaptados para conectar con los anteriores, particularmente en lo que concierne a los conocimientos previos.
- De noveno a undécimo se sigue el programa viejo pero se quitan algunos contenidos con el propósito de dar espacio para que los contenidos que permanecen se estudien con el enfoque de los nuevos programas.

La malla curricular se organiza del mismo modo en que lo hacen los programas nuevos, aún en aquellos niveles que están siguiendo el programa anterior modificado. Esto es, se presenta en orden de jerarquía por ciclos, áreas, años y en cada año: conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales. Para noveno, décimo y undécimo no se proporciona la columna de indicaciones puntuales. En cada ciclo, para cada área, al inicio se hacen algunas observaciones generales, que tienen que ver con las relaciones entre el programa de transición 2013, el programa aprobado y el programa anterior y se enuncian las habilidades generales. Luego se da la malla curricular del ciclo. El programa aprobado trae al final de la malla curricular de cada ciclo una serie de indicaciones generales de metodología y evaluación; éstas deberán ser consultadas en dicho documento.

Se usará la siguiente simbología para indicar la presencia de algunos de los elementos del currículo en el plan de estudios:

Simbología empleada en la columna de indicaciones puntuales

Elemento	Símbolo
Indicación puntual	
Problema	
Proceso	
Actitud y creencia	
Elemento de historia de las Matemáticas	
Uso de tecnología	
Eje transversal	

Programas de cada ciclo educativo



Imagen propiedad del MEP

Primer ciclo



Imagen propiedad del MEP

Conocimientos Básicos

Observaciones

Dado que en 2013 el programa nuevo inicia su ejecución sin cambios en Primer año, los conocimientos básicos que se dan en este programa de transición son los mismos que están estipulados en el programa nuevo.

Habilidades generales

Las habilidades generales que se pretenden son:

- Tener una noción clara de la ubicación en el espacio y de la relación espacial entre objetos.
- Realizar diferentes tipos de comparaciones tales como: tamaños, distancias, longitudes, espesores, cantidades, intervalos de tiempo.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

1 ^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Tamaño <ul style="list-style-type: none">• Más grande• Más pequeño• Igual que• Tan grande como• Tan pequeño como	<ol style="list-style-type: none">1. Comparar de acuerdo con el tamaño: más grande que, más pequeño que, tan grande como, tan pequeño como e igual que.2. Ordenar según el tamaño objetos del entorno o trazados.	<p>▲ La manipulación de material concreto e impreso es muy necesaria para que se pueda identificar y comparar estos conceptos: separar y clasificar objetos, o bien encerrar, marcar, repintar, dibujar, recortar o realizar otras actividades. Por ejemplo, encerrar el recipiente más grande:</p>  <p>Imagen con derechos adquiridos por el MEP</p>
Noción de longitud – anchura – espesor	<ol style="list-style-type: none">3. Comparar objetos o trazos según su longitud o anchura o espesor.4. Ordenar objetos según su longitud, anchura o espesor.	<p>▲ Se puede utilizar material concreto como bloques, piezas de madera, utensilios escolares, etc.</p>  <p>Imágenes con derechos adquiridos por el MEP</p>

<p>Ubicación espacial</p>	<p>5. Determinar la posición relativa entre objetos (adelante, atrás, arriba, debajo, dentro, fuera, derecha, izquierda, junto a, en medio de, al lado).</p>	<p>▲ Los conceptos se desarrollarán primero con la ubicación de las niñas y los niños en la clase: situarse en relación con otro o con un objeto.</p>  <p>Imagen propiedad del MEP</p> <p>También por medio de juegos, como por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Simón dice: todos un paso adelante. b. Que se levante el que está a la derecha de Ana.
<p>Distancia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lejos • Más lejos • Tan lejos como • Cerca • Más cerca • Tan cerca como 	<p>6. Comparar la posición de objetos, cosas o personas según la distancia a que se encuentran a partir de una posición dada (lejos, cerca, más lejos, más cerca, tan lejos como, tan cerca como).</p> <p>7. Ordenar objetos según su distancia a un punto dado.</p>	<p>▲ Una actividad relacionada con esto puede ser: expresar oralmente el orden de algunos de sus compañeras o compañeros de clase según se encuentren más o menos lejos de un punto de referencia dado.</p>  <p>Imagen propiedad del MEP</p>
<p>Cantidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mucho, poco • Igual • Uno, ninguno, todos, alguno • Más que, menos que • Correspondencia uno a uno 	<p>8. Realizar comparaciones de cantidad utilizando las nociones de mucho, poco, igual cantidad, uno, ninguno, todos, alguno, tantos como, más que, menos que.</p> <p>9. Establecer correspondencias uno a uno entre colecciones de objetos o dibujos.</p>	<p>▲ Se pueden ordenar recipientes según contengan más o menos bolitas. Debe ser evidente la diferencia en el contenido porque aquí no se trata necesariamente de contar sino de estimar visualmente.</p> <p>▲ Dado una cantidad de materiales, por ejemplo, unas piezas de madera, ver si hay una para cada uno, si sobran o faltan.</p>

Primer ciclo, Números

Observaciones

Para primer año

Este año inicia con el nuevo programa de matemática como tal, por lo cual todos los conocimientos y habilidades específicas serán desarrollados. A diferencia del programa anterior, en este año se comienzan a estudiar los términos “doble” de un número natural y “la mitad” de un número natural par.

En este año los temas centrales van desde el desarrollo del sentido numérico en forma progresiva mediante el uso de las diversas representaciones de un número, hasta las estrategias para sumar y restar números naturales, así como el realizar cálculo mental y estimaciones en problemas del contexto real.

Para segundo año

En relación con el programa de matemáticas anterior, el nuevo programa incluye en este año habilidades relacionadas con la representación de los números naturales en la recta numérica, el uso de los términos “doble”, “mitad” en la resolución de problemas, evaluar la pertinencia de los resultados que se obtienen al realizar un cálculo o una estimación y el uso de las propiedad asociativa y conmutativa de la suma para facilitar los cálculos de tipo mental y escrito.

El programa anterior contempla para este año el trabajo con series y reconocimiento de patrones. En el nuevo programa se abarcarán estos tópicos sólo que en el área de *Relaciones y Álgebra*.

En este año es importante trabajar los temas relacionados con el valor posicional de las cifras de un número natural menor que 1000. Dado que se comienza a trabajar con la multiplicación, es importante que el estudiante implemente inicialmente estrategias para dominar las tablas de multiplicar que tiendan paulatinamente hacia su memorización.

En este año se inicia con el algoritmo posicional para la resolución de sumas y restas, por lo que es importante justificar de manera adecuada los mismos mediante la representación de los números en forma concreta. Es necesario tomar tiempo para desarrollar actividades que permitan fomentar el uso de cálculo mental y estimaciones, por lo que se puede encontrar sitios web donde existen recursos interactivos que pueden contribuir a ello.

Para tercer año

Para este año el nuevo programa da un salto en cuanto al rango de números utilizados pues se trabajan con cantidades menores que 100 000, a diferencia del programa anterior en el que se trabajan los números hasta el 10 000. Otro aspecto importante es que el programa anterior trabajó con números fraccionarios y con decimales para el 3^{er} Año. En el nuevo programa se sigue afianzando el trabajo con números naturales y el tratamiento de las fracciones y decimales se da a

partir de 4° Año. A partir de este año en el área de Números se desarrollan habilidades relacionadas no sólo con la resolución de problemas sino también con el planteo de problemas.

En este año los temas centrales serán la consolidación de los algoritmos para resolver sumas, restas y productos y el trabajo inicial sobre el tratamiento de la división en cada uno de los sentidos especificados en los nuevos programas.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán tener los estudiantes en el área de *Números* al finalizar el Primer ciclo son:

- Escribir, leer y conocer los números menores que 100 000 en diversos contextos.
- Establecer relaciones numéricas con cantidades menores que 100 000.
- Identificar el valor posicional de los dígitos que conforman un número menor que 100 000.
- Identificar distintas representaciones de un mismo número.
- Desarrollar y utilizar estrategias para el cálculo y la estimación.
- Utilizar números ordinales en diferentes contextos.
- Resolver y proponer problemas del entorno en los que se haga uso de las operaciones básicas.
- Establecer relaciones entre operaciones.
- Escribir sucesiones numéricas de 10 en 10, de 100 en 100 y de 1000 en 1000.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

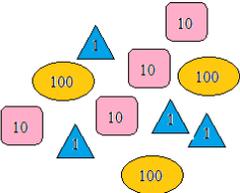
1 ^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Números naturales <ul style="list-style-type: none"> • Conteo • Relaciones numéricas • Sistema de numeración decimal • Unidad y decena • Relaciones de orden • Números ordinales 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar varias utilidades de los números en diferentes contextos cotidianos. 2. Utilizar el conteo para asociar conjuntos de objetos con su respectiva cardinalidad. 3. Trazar los números del 0 al 9. 	<p>▲ Usar situaciones que permitan la utilización del número, para que éste surja de forma natural en la respuesta que brindan las y los estudiantes. Preguntar por otras situaciones en las que se usen.</p> <p> Se propone a la clase la siguiente actividad: Se colocan dos mesas en las esquinas opuestas del salón de clase. En una se coloca una sección recortada de un cartón de huevos (la cual representa un auto para 5 pasajeros) y en otra una cierta cantidad de bodeques de papel (los cuales representan personas). Se solicita a un estudiante completar el carrito con tantos pasajeros como asientos tiene para que este pueda partir. Algunos podrían ir completando de a uno los asientos disponibles; otros podrían tomar un grupo de bodeques, sin importar si es la cantidad exacta. Estas acciones no involucran el conteo de las cantidades. La acción docente debe ir orientada a cuestionar cómo se haría para completar todos los asientos haciéndolo más rápido, sin necesidad de hacer varios viajes y de manera que no sobren ni falten pasajeros. Esto busca propiciar el conteo y la cardinalización para luego trasladar esa cantidad, igualando dos colecciones que se presentan separadas. (Actividad adaptada de la presentación <i>Actividades de conteo en Nivel inicial</i> de Carme Barba Uriach)</p>

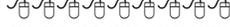
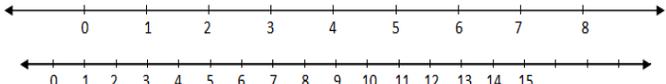
		<p>▲ Estar atento a que la o el estudiante trace correctamente los números (sentido del trazado).</p>
	<p>4. Utilizar el conteo en la elaboración de agrupamientos.</p> <p>5. Identificar y aportar ejemplos de representaciones distintas de un número.</p> <p>6. Establecer correspondencias entre las diferentes formas de representación de un número natural menor que 100 aplicando los conceptos de unidad y decena.</p>	<p>▲ Se pueden implementar juegos como “El barco se hunde”, donde alguien exclama: “¡El barco se hunde! y para salvarse hay que formar grupos de...” y en ese momento todos corren para formar el grupo con la cantidad que se especificó. Se recomienda iniciar con valores menores que 10. Luego, se solicita realizar grupos de 10 y así introducir el concepto de decena.</p> <p> Hay que aprovechar este tipo de actividades para conversar acerca del compañerismo y la solidaridad, así como la importancia de trabajar en equipo.</p> <p> Un número natural tiene varias representaciones entre las cuales se pueden citar:</p> <p>a. La gráfica: </p> <p>b. El numeral: 5</p> <p>c. La concreta: en la que se utilizan colecciones de objetos del entorno.</p> <p></p> <p>Imágenes cortesía de FreeDigitalphotos.net</p> <p>d. La verbal: la forma como se dice el número respectivo.</p> <p>e. La literal: la forma como se escribe con palabras el número.</p> <p>Cinco</p> <p>f. Por composición y descomposición aditiva: $5 = 4 + 1$</p> <p>▲ Se pueden realizar bingos o juegos de memoria para reforzar esta habilidad. Por ejemplo, la conformación de parejas mediante la utilización de tarjetas: en una se incluye el numeral y en la otra la representación gráfica que le corresponde.</p>
	<p>7. Comparar números menores que 100 utilizando las relaciones de orden (sin utilizar símbolos >, <, =).</p>	<p>▲ Se solicita realizar comparaciones con material concreto, para contar los elementos y señalar el grupo con menor, mayor o igual cantidad. Luego se pide representar estas cantidades en forma numérica y hacer comparaciones empezando por el dígito de las decenas.</p>
	<p>8. Describir la posición de orden en objetos y personas utilizando los números ordinales hasta el décimo.</p>	<p>▲ Como una actividad introductoria se pueden formar grupos de 10 estudiantes y solicitar que se ordenen en filas siguiendo algún criterio:</p> <p>a. Según su tamaño.</p> <p>b. Según su edad.</p>

		Luego se puede preguntar: ¿Quién está de primero? ¿Quién está de segundo? Y así sucesivamente.
Operaciones con números naturales <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta 	9. Identificar la suma de números naturales como combinación y agregación de elementos u objetos.	<p>▲ Se plantea uno o varios problemas donde se enfatice en los sentidos de la suma (agregar y reunir colecciones de objetos). Por ejemplo:</p> <p> Represente mediante un número la cantidad de estudiantes que se obtiene al unir la 1^{era} fila con la 3^{era} fila.</p> <p> ¿Cuántos lápices de color tienen Juan y Jimena?</p>
	10. Identificar la resta de números naturales como sustraer, quitar y completar.	<p>▲ Se plantean problemas que permitan modelizar situaciones utilizando los sentidos de la resta, por ejemplo:</p> <p> Se solicita a un estudiante (Juan) que coloque sobre el escritorio una determinada cantidad de lápices, la cual expresará a sus compañeros y compañeras. Luego le solicita a otro (Marianela) que de ellos retire y oculte rápidamente una cantidad menor a la que colocó su compañero. Se pide a la clase verificar cuántos lápices hay sobre el escritorio y se formula la pregunta: ¿cuántos lápices creen que tiene Marianela?</p> <p> Durante la actividad, es importante que se comiencen a propiciar espacios para la justificación de las respuestas y la comunicación de las estrategias a los demás.</p>
	11. Establecer la relación de las operaciones suma y resta.	<p>▲ Se puede proponer un problema como el siguiente:</p> <p> En el grupo 1-B hay 32 estudiantes. Si se conoce que en dicho grupo hay 20 niñas, ¿cuántos niños hay?</p> <p>Al brindar la respuesta, se pide a cada estudiante comprobarla. Se espera que realicen discusiones y aportes que permitan aproximarse hacia la estrategia de sumar la cantidad de niños y niñas, para ver si el resultado corresponde al total especificado.</p> <p> Esto permite fomentar los procesos <i>Razonar</i> y <i>argumentar</i> y <i>Comunicar</i> y generar confianza en la utilidad de las Matemáticas.</p>
	12. Identificar el doble de un número menor que 10. 13. Identificar la mitad de un número par menor o igual a 20.	<p>▲ Para trabajar estas nociones, es conveniente implementar las actividades como el uso de juegos y el planteo de problemas. Por ejemplo:</p> <p>En grupos de dos personas, se lanzan los dados y gana el que obtiene dos caras iguales e indica el resultado correcto de la suma.</p>

		 <p>Imagen cortesía de FreeDigitalphotos.net</p> <p> Solicitar al estudiantado traer frutas en trocitos (papaya, melón, sandía, banano, etc.) o bien una mandarina o una naranja (un máximo de 20 gajos). Luego se forman parejas y se les indica que deben compartir sus frutas, trozos o gajos con su compañero o compañera de forma tal que ambos tengan la misma cantidad.</p> <p>▲ Se debe buscar relacionar el doble o la mitad de un número con las operaciones suma y resta, respectivamente.</p> <p> Se pide que se describa en forma oral los resultados. En la etapa de clausura o cierre, es importante formalizar la noción de mitad de un número.</p> <p> Actividades análogas a la anterior promueven una participación activa y colaborativa.</p> <p>▲ No introducir o formalizar la noción de número par en este momento.</p> <p> La actividad anterior permite fomentar el consumo de alimentos saludables y el valor del compartir con los demás.</p>
<p>Cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sumas • Restas 	<p>14. Resolver problemas y operaciones con sumas y restas de números naturales cuyos resultados sean menores que 100.</p>	<p>▲ Es necesario proponer problemas como los siguientes:</p> <p> Para realizar un proyecto de Artes Plásticas, se requiere la elaboración de budoquitos de papel china para pegarlos en ciertas regiones de un dibujo. Alicia y Saúl trabajan juntos y han hecho 26 y 19 budoquitos respectivamente. ¿Cuántos budoquitos han confeccionado entre ambos?</p> <p> Si del aula el conserje se lleva 12 sillas, ¿cuántas sillas quedan? (Es importante que el estudiante investigue o determine el total de sillas existente).</p> <p>▲ Es conveniente utilizar diversos procedimientos para el cálculo de la suma. Se puede utilizar la composición y descomposición de números, bloques multibase, entre otros.</p> <p> Es importante permitir la participación en la pizarra para verificar que todos dominan esta habilidad y así elevar la autoestima estudiantil en relación con su dominio de las Matemáticas.</p>

	<p>15. Utilizar correctamente los símbolos =, + y -.</p> <p>16. Representar en forma literal números menores que 100.</p> <p>17. Representar números menores que 100 mediante composición y descomposición aditiva.</p>	<p>▲ El uso de estos símbolos debe ir no sólo en función de representar un número mediante la composición y descomposición aditiva, sino para modelizar problemas que se resuelven mediante el planteo de las operaciones de suma y resta.</p> <p>▲ Es conveniente utilizar estos símbolos desde el momento en que la o el estudiante establece las primeras representaciones numéricas por descomposición.</p> <p>▲ Es importante trabajar la correspondencia entre la representación gráfica, la verbal y la representación literal en expresiones como:</p> $24 = 20 + 4$ $24 = 30 - 6$ <p>para dar continuidad al uso de diversas formas de representación.</p> <p>▲ Cada estudiante debe relacionar la expresión</p> $24 = 20 + 4 \text{ y } 24 = 30 - 6$ <p>con la forma verbal “veinticuatro es igual a veinte más cuatro”, o bien “veinticuatro es igual a treinta menos seis”. Reforzar esto con sus representaciones gráficas respectivas:</p> <div style="text-align: center;"> $24 = 20 + 4$  </div> <div style="text-align: center;"> $24 = 30 - 6$  </div> <p>▲ Para representar números en su forma literal, es necesario escoger el momento adecuado en el que las y los estudiantes hayan desarrollado habilidades relacionadas con la escritura de palabras y oraciones.</p>
	<p>18. Calcular mentalmente su-mas o restas mediante diversas estrategias.</p>	<p>▲ Conviene habilitar espacios para resolver operaciones (suma o resta) utilizando el cálculo mental o la estimación. Es necesario indagar al estudiante acerca del proceso de resolución y así proporcionar estrategias al compañero o compañera que presenta dificultades.</p> <p>▲ Se debe mostrar la conveniencia de la descomposición de números con decenas para favorecer el cálculo. Por ejemplo, sumar primero las decenas y luego las unidades:</p> $45 + 13 = (40 + 10) + (5 + 3)$
	<p>19. Realizar estimaciones de una cantidad dada de objetos.</p>	<p>▲ Se presenta un grupo de 10 elementos como medio de comparación y al lado se coloca un grupo con más elementos. Se pide adivinar la cantidad aproximada que hay en este último grupo. Gana quien adivina o estuvo más cerca de la cantidad real (la cual sólo conoce la o el docente).</p> <p>▲ Promover la visualización de paquetes de 10 objetos.</p>

2° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Números naturales <ul style="list-style-type: none"> • Conteo • Relaciones numéricas • Sistema de numeración decimal • Centena • Recta numérica • Relaciones de orden • Sucesor y antecesor • Números ordinales 	1. Utilizar el conteo en la elaboración de agrupamientos de 1 en 1, 2 en 2, 3 en 3, 4 en 4, 5 en 5, de 10 en 10, 50 en 50 y de 100 en 100 elementos. 2. Representar números menores que 1000 aplicando los conceptos de centena, decena, unidades y sus relaciones.	<p>▲ Si se trabaja el conteo para agrupar de 50 en 50 y de 100 en 100, se pueden planear actividades donde se elaboren monedas de papel con estas denominaciones para que el docente establezca el precio de un artículo dado y los estudiantes determinen la cantidad de monedas correspondiente a pagar por él y que además cuenten en forma oral como una forma de verificar que se domina la habilidad.</p> <p>▲ Se debe utilizar material recortable, papel cuadriculado o bloques multibase para trabajar este tema y realizar equivalencias.</p> <p>▲ Se pueden proponer adivinanzas, juegos de memoria, concursos y recortes de noticias para realizar la lectura y escritura de cantidades menores que 1000. Por ejemplo:</p> <p> Se proporciona la siguiente noticia:</p> <p><small>INCREMENTO AFECTA A 506 DE LAS 693 RUTAS URBANAS Y RURALES</small></p> <p>Pasajes de autobuses subirán entre ₡5 y ₡270 en todo el país</p> <p>■ Alza se aplicará la semana entrante, un día después de incluirse en La Gaceta</p> <p>■ Aresep rechazó fijación en 187 rutas porque requisitos estaban incompletos</p> <p>Imagen tomada de: http://www.nacion.com/2011-07-27/ElPais/pasajes-de-autobuses-subiran-entre-5-y-270-en-todo-el-pais.aspx</p> <p>La idea es evaluar la lectura de las cantidades que ahí se especifican. Posteriormente es necesario escribirlas utilizando la forma literal correspondiente.</p> <p> Esta actividad permite establecer conexiones con <i>Medidas</i> y la asignatura de Español.</p>
	3. Identificar el valor posicional de los dígitos de un número menor que 1000.	<p> Conviene aquí aprovechar las diferentes formas de representación para comprender el valor posicional de las cifras que tiene un número menor que 1000. Por ejemplo proponer la siguiente actividad:</p> <p> Cada figura tiene un número que representa la cantidad de unidades que contiene. ¿Cuál número permite representar la totalidad de la figura?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>▲ Al final, se procede a formalizar la noción de valor posicional de las cifras que componen un número.</p>

<p>4. Comparar números menores que 1000 utilizando los símbolos $<$, $>$ o $=$.</p>	<p> Observe en cada fila los grupos de objetos que se le presentan, poniendo especial atención a los símbolos que se ubican en el centro de tales agrupaciones. Descifre el significado que ellos tienen.</p> <p>  $>$   $<$   $<$   $>$   $=$  </p> <p>▲ Al finalizar la actividad, se realizará una discusión plenaria donde se deducirá el significado de los mismos. La idea es aplicar estos símbolos en comparaciones con números menores que 1000.</p> <p> Es importante fomentar una actitud perseverante para descifrar el significado de los símbolos que relacionan los dos conjuntos de objetos.</p> <p> Esta actividad permite establecer conexiones con el área de <i>Relaciones y Álgebra</i>.</p>
<p>5. Representar números en la recta numérica.</p>	<p>▲ Como actividad inicial, se puede proponer lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> Dibujar una línea recta con una regla sobre papel para reciclar, de forma tal que se marquen los espacios que ocuparán los números que serán ordenados. Los espacios entre una marca y otra deben ser uniformes. Escribir de izquierda a derecha los números naturales menores que 15. <p>▲ Hay que supervisar durante el trabajo estudiantil el uso correcto de la regla y que los números que se colocan estén en el orden adecuado.</p> <p> Aquí se puede establecer una conexión con <i>Medidas</i>, pues se puede solicitar que el espacio entre un número y otro mida 1 cm, o bien 2 cm, etc.</p> 
<p>6. Identificar el antecesor y el sucesor de un número mayor o igual a cero y menor que 1000.</p>	<p>▲ Las rectas numéricas construidas en la actividad descrita para la habilidad anterior sirven para responder preguntas como:</p> <p>¿Cuál número está antes de 15? ¿Cuál está después de 10? ¿Cuál número está antes de 0?</p> <p>De ese modo, en la etapa de clausura se define el concepto de sucesor y antecesor de un número natural y se establece que 0 no tiene antecesor (en este nivel educativo).</p> <p>▲ Para reafirmar estos conocimientos, se puede utilizar el juego donde alguien menciona una cantidad y otro menciona el antecesor y el sucesor de ella.</p>

7. Identificar el lugar que ocupan objetos o personas en un orden definido utilizando números ordinales hasta el vigésimo.

▲ Se puede dar una hoja con 20 cuadritos trazados en forma horizontal, para realizar pequeños dibujos según las indicaciones de la o el docente. Por ejemplo, se exclama “en el tercer cuadro dibujar un círculo”, “en el noveno una equis”, etc. y los estudiantes proceden a ilustrar dichos elementos en las casillas correspondientes.

▲ También, se puede trabajar con actividades en un contexto real: buscar en un periódico el lugar que ocupa un determinado equipo en el fútbol, investigar en qué lugar se encuentra Costa Rica a nivel internacional en lo que respecta a la esperanza de vida, etc.

Así va torneo

Posiciones

TORNEO DE VERANO

Equipos	J	G	E	P	GF	GC	DIF	PTS
1. Pérez Zeledón	16	10	4	2	33	17	+15	34
2. Saprissa	15	7	6	2	24	15	+9	27
3. Cartaginés	15	8	3	4	25	19	+6	27
4. Santos	14	8	1	5	22	19	+3	25
5. Herediano	15	6	3	6	20	16	+4	21
6. Belén	14	5	6	3	19	15	+4	21
7. Alajuelense	15	6	3	6	23	21	+2	21
8. San Carlos	15	5	5	5	17	18	-1	20
9. Limón	15	3	4	8	17	26	-9	13
10. Puntarenas	16	3	3	10	15	28	-13	12
11. Orión FC	16	2	2	12	10	31	-21	8

Imagen tomada de: http://periodico.nacion.com/doc/nacion/la_nacion-29marzo2012/2012032901/?key=041868691202ca06a9ae05fbcffbd434#38



Esto permite establecer conexiones con *Estadística* y *Probabilidad*, por cuanto se fomentan habilidades relacionadas con la lectura y descripción de la información que generan las tablas.

Operaciones con números naturales

- Suma
- Resta
- Multiplicación

8. Aplicar la relación entre las operaciones suma y resta para la verificación de respuestas o resultados.

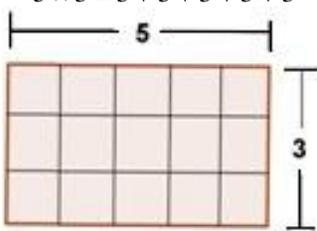
9. Efectuar sumas y restas en columnas.

▲ Se plantea un problema como el siguiente:



En la escuela se realizaron las votaciones estudiantiles. Se conformaron dos partidos políticos: PAN y POE. No hubo votos nulos y todas y todos votaron. PAN ganó las elecciones por un margen de 134 votos y la escuela tiene un total de 251 estudiantes. ¿Cuántos votos obtuvo el partido PAN? ¿Cómo comprobar que no hubo fraude electoral?

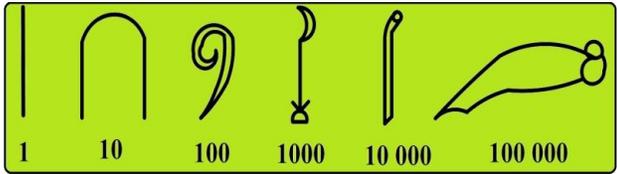
Se espera que existan discusiones y aportes que permitan converger hacia la estrategia de sumar la cantidad de niños y niñas para ver si el resultado corresponde al total especificado.

		<p> Esto permite activar el proceso <i>Razonar y argumentar</i> y se da una oportunidad para mostrar la utilidad de las Matemáticas.</p> <p> El problema anterior recuerda el compromiso que tenemos como costarricenses por prestar atención a los procesos de elección de nuestros gobernantes, para que se desarrollen dentro del marco de la legalidad.</p> <p>▲ En el caso de las operaciones de suma y resta de números naturales, es necesario comenzar a utilizar el agrupamiento o desagrupamiento de las cantidades, empleando números de hasta 3 dígitos. En la acción docente se deben proponer diferentes problemas con los sentidos de la resta: sacar, completar, hasta... lo que falta para tener..., para llegar a....</p>
	<p>10. Identificar la multiplicación como la adición repetida de grupos de igual tamaño.</p>	<p>▲ Se puede plantear problemas similares al siguiente:</p> <p> Como parte del proyecto de reciclaje que se desarrolla en una escuela, se ha solicitado a cada estudiante traer 5 latas de aluminio. Si hay 23 estudiantes en total, ¿cuántas latas se recogieron en el grupo?</p> <p>Se espera que cada estudiante elabore sus propias estrategias de resolución, las cuales conviene compartir con sus compañeros. En la etapa de clausura se procede a establecer la multiplicación como la suma sucesiva de sumandos iguales.</p> <p>▲ Trabajar la representación de la multiplicación con material concreto como papel cuadriculado:</p> $5 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ 
	<p>11. Aplicar diversas estrategias para conocer los resultados de las tablas del 1, 2, 3, 4 y 5.</p>	<p>▲ Es importante utilizar estrategias que permitan conocer los resultados de las tablas:</p> <ol style="list-style-type: none"> Contar de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4 y de 5 en 5. El contar las articulaciones de los falanges en los dedos para la tabla del tres:  <p>Elaboración propia</p> <ol style="list-style-type: none"> Reconocimiento de patrones en los dígitos de los resultados. En el caso de la tabla del 5 las últimas cifras

		<p>siguen la secuencia 0, 5, 0, 5, 0, 5, 0, 5, 0, 5, 0 y las primeras siguen la secuencia 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5.</p> <table border="1" data-bbox="1010 264 1166 617"> <tr><td>5×0</td><td>00</td></tr> <tr><td>5×1</td><td>05</td></tr> <tr><td>5×2</td><td>10</td></tr> <tr><td>5×3</td><td>15</td></tr> <tr><td>5×4</td><td>20</td></tr> <tr><td>5×5</td><td>25</td></tr> <tr><td>5×6</td><td>30</td></tr> <tr><td>5×7</td><td>35</td></tr> <tr><td>5×8</td><td>40</td></tr> <tr><td>5×9</td><td>45</td></tr> <tr><td>5×10</td><td>50</td></tr> </table> <p>d. Memorización.</p> <p>▲ Estas estrategias deben enfocarse hacia la memorización de las tablas de multiplicar. El uso de concursos, juegos o canciones puede contribuir a reafirmarlas.</p>	5×0	00	5×1	05	5×2	10	5×3	15	5×4	20	5×5	25	5×6	30	5×7	35	5×8	40	5×9	45	5×10	50
5×0	00																							
5×1	05																							
5×2	10																							
5×3	15																							
5×4	20																							
5×5	25																							
5×6	30																							
5×7	35																							
5×8	40																							
5×9	45																							
5×10	50																							
<p>Cálculos y Estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División 	<p>12. Resolver problemas y operaciones con sumas y restas de números naturales menores que 1000.</p> <p>13. Resolver problemas y operaciones que involucren el cálculo de multiplicaciones de números naturales.</p>	<p> Mediante bloques multibase, papel cuadriculado o recortes con material reciclable, se pueden representar las unidades, decenas y centenas de los números presentes en el problema siguiente:</p> <p> La selección de fútbol de la Escuela El Alto jugará un partido de fútbol sala contra la Escuela Proyecto Social en el gimnasio. La Dirección de la primera autorizó a dos grupos de segundo año (69 estudiantes entre ambos) y dos de tercero (65 entre ambos) para que fueran a brindar apoyo. ¿Cuántos estudiantes brindaron su apoyo a la Escuela El Alto?</p> <p>▲ Con ello se pretende que se agrupen las unidades para formar decenas, o bien decenas para formar centenas y de esa forma dar sentido el algoritmo que permite sumar agrupando por columna.</p> <p>▲ De forma análoga, es necesario propiciar una situación como la siguiente, para deducir el proceso de desagrupar en el caso de la resta como medio para justificar el algoritmo por columnas:</p> <p> Para elegir la directiva de la sección, se postularon dos candidatos para la presidencia. El primer candidato obtuvo 17 votos. Si en total votaron 35 estudiantes, ¿cuántos estudiantes votaron por el segundo candidato?</p> <p>▲ El primer factor debe poseer tres dígitos y el segundo factor uno. Los resultados deben ser cantidades menores que 1000. Se resuelve esta operación por columnas sin agrupamiento.</p> <p>▲ Proponer la resolución de problemas análogos a los mostrados a continuación:</p>																						

	<p> Por día, María consume 8 vasos de agua. ¿Cuántos vasos consume en dos semanas?</p> <p> ¿Cuántas patas tiene un grupo de 23 caballos?</p> <p> En el grupo hay 32 estudiantes, de los cuales la mitad usa el autobús como medio de transporte. ¿Cuántos estudiantes viajan en autobús?</p>
<p>14. Calcular sumas con números naturales aplicando como estrategia las propiedades asociativa y conmutativa.</p>	<p>▲ Es necesario proponer problemas donde se pueda argumentar si el orden de los sumandos influye en el resultado de una suma. Por ejemplo:</p> <p> Raúl le comenta a su hermana Ester que quiere saber cuántos años suman las edades de sus 4 primos. A esta le informan que ellos tienen 19, 16, 11 y 14 años. Ambos deciden hacer los cálculos respectivos. Raúl decide primero realizar la operación $19 + 14$, luego $16 + 11$ y al final sumar ambos resultados.</p> <p>Por su parte, Ester decidió realizar primero $11 + 19$ y luego $14 + 16$ para sumar al final ambos resultados.</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuál fue el resultado que obtuvieron? ¿Quién cree que planteó la operación de una forma más fácil y por qué? <p>Una vez discutidos los resultados, se puede realizar la clausura de la lección formalizando los conceptos de asociatividad y conmutatividad de la suma de números naturales.</p> <p>▲ Estas propiedades deben orientarse para facilitar los cálculos de tipo mental y escrito.</p>
<p>15. Calcular sumas, restas y multiplicaciones utilizando diversas estrategias de cálculo mental y estimación.</p>	<p>▲ Por ejemplo, se le pregunta a la clase:</p> <p> ¿Cuál es el producto de 4×12?</p> <p>Varias estrategias pueden ser efectuadas. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> $4 \times 12 = 48$ pues $4 \times 10 = 40$ y $4 \times 2 = 8$ entonces $40 + 8 = 48$. 4×12 es lo mismo que $12 + 12 + 12 + 12$ por lo cual como $10 + 10 + 10 + 10 = 40$ y $2 + 2 + 2 + 2 = 8$ entonces $40 + 8 = 48$. $4 \times 11 = 44$ y se suma un grupo de 4 entonces da 48. <p>Luego se explica por qué es correcta la estrategia estudiantil usada.</p> <p>▲ Actividades como los retos matemáticos promueven el cálculo mental y son un elemento didáctico muy enriquecedor para lograr estas habilidades. Por ejemplo, se brinda al grupo operaciones escritas en sobres de papel. Alguien lo abre,</p>

	observa la operación y en un tiempo prudencial brinda el resultado por medio del cálculo mental. Luego se comenta en el grupo la estrategia empleada.
16. Evaluar la pertinencia de los resultados que se obtienen al realizar un cálculo o una estimación.	<p>▲ Utilizar problemas contextualizados que permitan, por medio del cálculo mental o la estimación, discernir si el resultado es correcto o no. Por ejemplo, se puede leer (o plantear por escrito) problemas como el siguiente:</p> <p> Un joven tiene ¢525 y compró un chocolate de ¢135. El pulpero le entregó ¢290 de vuelto. ¿Realmente el pulpero entregó la cantidad de dinero correcta?</p> <p> Evaluar la pertinencia de los resultados está asociado con los procesos de <i>Razonar y argumentar</i>, <i>Comunicar</i> y <i>Conectar</i>.</p>

3 ^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Números naturales <ul style="list-style-type: none"> • Relaciones numéricas • Sistema de numeración decimal • Unidad de millar • Relaciones de orden • Números ordinales 	1. Representar números menores que 100 000 aplicando los conceptos de decena de millar y unidad de millar.	<p>▲ Utilizar noticias de los medios de comunicación y datos numéricos de otras áreas del saber para el reconocimiento y presentación de estos números. Por ejemplo:</p> <p> 45 000 en Costa Rica verán en estadio beatificación de Juan Pablo II Imagen tomada de: http://www.aciprensa.com/noticia.php?n=33122</p> <p>Escriba en forma literal el número que representa la cantidad de personas que vieron al papa Juan Pablo II.</p>
	2. Identificar el valor posicional de los dígitos de un número menor a 100 000.	<p> Se puede introducir a manera de juego cómo es que se representaban algunos números en otros sistemas de numeración. Por ejemplo, el sistema de numeración egipcio utilizaba jeroglíficos para representar los números en base diez:</p> <div style="text-align: center;">  <p>1 10 100 1000 10 000 100 000</p> </div> <p>Elaboración propia</p> <p>▲ Se puede solicitar a la clase formar varios números con esta simbología. Ver la diferencia entre la numeración decimal posicional y la no posicional como la de Egipto.</p> <p>▲ Es importante el uso del ábaco vertical para la comprensión del valor posicional de las cifras que conforman un número menor que 100 000.</p>

3. Comparar números menores que 100 000 utilizando los símbolos $<$, $>$ o $=$.



Incluir la búsqueda de noticias o artículos a nivel nacional o internacional que involucren formas de representación tabular o gráfica para comparar cantidades menores que 100 000. Esto favorecería el establecimiento de conexiones con *Estadística y Probabilidad*, así como la confianza del estudiante en la utilidad de las Matemáticas. A continuación un ejemplo:



Cuadro I. Istmo Centroamericano: causística del dengue (2007)

País	Casos clínicos	Tasa de incidencia (por 100 000 habitantes)	Casos de dengue hemorrágico	Muertes por dengue hemorrágico
Belice	40	17,32	0	0
Guatemala	5886	50,36	21	4
Honduras	33 508	444,58	4180	16
El Salvador	12 476	196,03	100	0
Nicaragua	1415	27,17	151	12
Costa Rica	26 440	815,04 ^{a/}	318	8
Panamá	3402	117,35	3	0
Total	83 167		4773	40

a/ Incidencia calculada a partir de la población en riesgo.

Fuente: OPS, 2008.

Información tomada de: <http://www.estadonacion.or.cr/index.php/apoyo-educativo/materiales-didacticos>

De acuerdo con el cuadro anterior, escriba sobre la línea los símbolos $>$, $<$ o $=$ según corresponda y luego describa con sus propias palabras su significado.

26 440 _____ 33 508.

El estudiante deberá llegar a que

26 440 < 33 508

y decir que Costa Rica registra una cantidad menor de casos de dengue con respecto a Honduras.



Esta actividad en particular puede ser de utilidad para crear conciencia sobre la necesidad de eliminar los criaderos de mosquitos y minimizar así el número de casos de dengue en nuestro país.

4. Identificar los números ordinales hasta el centésimo como la unión de vocablos asociados.

▲ Se le reparte a cada estudiante un sobre con prefijos y raíces de los números ordinales (vigésimo, trigésimo, cuadragésimo, hasta el centésimo), se les pide que las armen y que por último escriban al lado de cada una el número en forma simbólica. Se comparten las respuestas para verificar los aciertos y corregir los errores.

Operaciones

- Multiplicación
- División
 - Dividendo
 - Divisor

5. Determinar el resultado de las tablas del 1 al 10 aplicando diversas estrategias.

6. Efectuar multiplicaciones en columna donde el segundo factor sea de uno

▲ Se propone el siguiente problema:



El aula de la maestra Flor tiene 7 filas de 4 estudiantes cada una. La del maestro Daniel tiene 4 filas de 7 estudiantes.

¿Cuál de los dos maestros tiene más estudiantes?
Es necesario estar pendiente de que se argumenten las respuestas:

<ul style="list-style-type: none"> - Cociente - Residuo 	<p>o dos dígitos agrupando y sin agrupar y donde el resultado sea un número menor que 100 000.</p> <p>7. Efectuar multiplicaciones en línea donde uno de sus factores es 10, 100 o 1000.</p>	<ul style="list-style-type: none"> a. Verbalmente. b. Utilizando representaciones gráficas. c. Mediante el uso de la multiplicación. <p>Producto de la discusión e intercambio de ideas, se debe concluir que el orden de los factores no altera el resultado. Se concreta la noción de propiedad conmutativa del producto y su utilidad para el dominio de las tablas de multiplicar.</p> <p>▲ Estrategias que se pueden implementar para obtener el resultado de las tablas de multiplicar: uso de los dedos, canciones, bingos, conteo y uso de la propiedad conmutativa del producto.</p> <p>▲ Se busca generalizar las ideas desarrolladas en los algoritmos de sumas por agrupación en la multiplicación.</p> <p>▲ En el caso donde el segundo factor tiene dos dígitos, recalcar el porqué se deja un espacio después de efectuar la multiplicación por la cifra de las unidades.</p> <p>▲ Es importante que en la clase se pueda deducir la estrategia que permite resolver multiplicaciones de números por 10, 100 y 1000 más rápidamente, a partir de la realización de varias operaciones de este tipo. Conviene permitirles que discutan acerca del patrón presente en el resultado de estas operaciones.</p>
	<p>8. Identificar la división como reparto equitativo o como agrupamiento.</p>	<p>▲ Se proponen problemas que permitan ir consolidando técnicas empíricas para la realización de divisiones:</p> <p> Si en mi aula hay 28 estudiantes, ¿cuántos grupos de 4 personas puedo formar?</p> <p> Si por cada salto un conejo avanza aproximadamente 3 dm, ¿en cuántos saltos podrá recorrer 39 dm?</p> <p> Pedro trae de su finca 38 mandarinas para compartir con sus 4 compañeros. ¿Cuántas mandarinas le corresponden a cada compañero?</p> <p>En la etapa de clausura, se sistematiza el concepto de división, su simbología y sus partes. No el algoritmo tradicional.</p>
<p>Cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División 	<p>9. Resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones suma, resta, multiplicación y división.</p>	<p>▲ Se pueden resolver problemas como los siguientes:</p> <p> Determinar el valor de los símbolos @ y # de forma tal que las operaciones tengan resultado correcto:</p> $\begin{array}{r} 57@ \\ - 2\#7 \\ \hline 281 \end{array}$ <p> Luis tiene en el bolsillo de su pantalón monedas de ₡25, ₡50 y ₡100. Si Luis saca tres monedas, ¿cuánto dinero pudo haber sacado?</p>

		<p> Este problema permite establecer conexiones con el área de <i>Estadística y Probabilidad</i>, ya que se hace referencia al manejo de la incertidumbre.</p> <p> Se insiste en el planteo de problemas a partir de datos de diferentes fuentes de información (televisión, periódicos, libros, internet, el entorno, etc.), y que permitan hacer uso de las operaciones básicas. Estos problemas pueden ser intercambiados para su resolución. La información obtenida por los estudiantes brinda oportunidades para crear conciencia en temáticas afines a los ejes transversales.</p> <p> Proponer al estudiantado plantear un problema con las siguientes operaciones:</p> $3 \times 1500 = 4500$ $10000 - 4500 = 5500$ <p>Posible planteo: Jorge compra 3 entradas de cine a <u>₡</u>1500 cada una y paga con un billete de <u>₡</u>10 000. ¿Cuánto dinero le quedará?</p> <p>▲ En este año no se trabajará la división con el algoritmo tradicional, sino con técnicas como el reparto equitativo y el agrupamiento. Se trabajarán problemas y ejercicios donde el dividendo sea menor que 100 y el divisor sea de un dígito.</p>
	<p>10. Determinar el doble, el triple o el quíntuple de números menores que 100.</p>	<p>▲ Se plantean problemas que permitan la introducción de dichas nociones. Por ejemplo:</p> <p> Un banano en la soda de la escuela cuesta <u>₡</u>40. ¿Cuánto dinero necesito para comprar cinco bananos?</p> <p> El precio del kilogramo de manga es tres veces superior al de maracuyá. Si el kilogramo de este último es de <u>₡</u>225, ¿cuál es el precio por kilogramo de manga?</p> <p>Después de la actividad, en la etapa de clausura se define la noción de doble, triple o quíntuple de un número a partir de lo estudiado.</p>
	<p>11. Calcular sumas, restas, multiplicaciones y divisiones aplicando diversas estrategias de cálculo mental y estimación.</p>	<p>▲ Para la estimación se deben utilizar operaciones como:</p> 30×40 $1500 \div 3$ <p>▲ Proponga espacios para establecer características en los resultados de operaciones por medio de la estimación. Por ejemplo, plantear preguntas como:</p> <p> ¿Cuántas cifras tiene el resultado de las siguientes operaciones?</p> 25×100

		$800 \div 2$  Estas actividades permiten juzgar de manera crítica la situación y justificar verbalmente la estrategia utilizada.						
	12. Evaluar la pertinencia de los resultados que se obtienen al realizar un cálculo o una estimación.	 Permitir espacios para comunicar y discutir las estrategias utilizadas.						
	13. Seleccionar métodos y herramientas adecuados para la resolución de cálculos, según el problema dado.	<p>▲ Uso de</p> <table border="1" data-bbox="799 531 1390 632"> <tr> <td>Cálculo mental</td> <td>$2500 + 2000$</td> </tr> <tr> <td>Papel y lápiz</td> <td>1340×40</td> </tr> <tr> <td>Calculadora</td> <td>$5784 \div 543$</td> </tr> </table> <p>según la complejidad de la operación.</p>  Para lograr que se aprenda a seleccionar el medio adecuado para realizar un cálculo, resulta conveniente que se expresen las razones de esa selección. Por ejemplo, cuando el problema requiere hacer un cálculo con una gran cantidad de datos, se puede recurrir a la calculadora; o bien en el problema ¿cuántos billetes de 2000 colones son necesarios para comprar un disco que cuesta 14 000 colones?, mentalmente se puede decir que 7.	Cálculo mental	$2500 + 2000$	Papel y lápiz	1340×40	Calculadora	$5784 \div 543$
Cálculo mental	$2500 + 2000$							
Papel y lápiz	1340×40							
Calculadora	$5784 \div 543$							

Primer ciclo, Geometría

Observaciones

Para primer año

Las habilidades a desarrollar son las mismas que se proponen en los nuevos programas. Con respecto al programa anterior, en cuanto a conocimientos el nuevo introduce el reconocimiento de “cajas” (paralelepípedos).

Para segundo año

El nuevo programa propicia el reconocimiento de figuras en el espacio, así como la ubicación plana y espacial. Por esta razón, una de las diferencias entre ambos programas, el viejo y el nuevo, es precisamente que en este se introduce gradualmente a través de los once años el estudio de sólidos, cosa que no se hace de esa manera en el programa viejo. Acorde con esto, los cambios que se dan en el I ciclo entre este programa de transición, el viejo y el nuevo, tienen que ver con los sólidos. Para el segundo año, se introduce el reconocimiento de “cajas” (paralelepípedos), que en el programa nuevo está para primer año pero que no han visto ahí quienes vienen con el programa anterior.

Con respecto al programa anterior, el de transición introduce el estudio de vértices y lados como elementos de triángulos y cuadriláteros, la composición de figuras utilizando cuadriláteros y triángulos y la identificación de objetos que tengan forma de caja. En el programa nuevo se introduce el reconocimiento de esferas pero en el de transición 2013 esto no se va a hacer.

Para tercer año

Acorde con los conocimientos previos y para dar espacio a completar el estudio de cajas y sus elementos, en este año de transición no se considera el tema de esferas que sí aparece en el programa aprobado para este año.

Las siguientes habilidades están ligadas a conocimientos que contempla el programa de transición (y están en el nuevo), pero que no aparecen en el anterior:

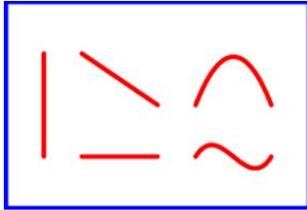
- Ubicar objetos a partir de un punto de referencia.
- Identificar y trazar circunferencias.
- Reconocer el radio y el diámetro de circunferencias.
- Reconocer cuáles cajas corresponden a cubos.
- Reconocer los elementos de cajas y cubos (caras y aristas).
- Reconocer diferencias y semejanzas entre cajas y cubos.
- Plantear problemas con base en imágenes de cuerpos sólidos.

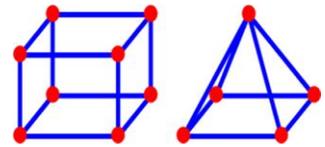
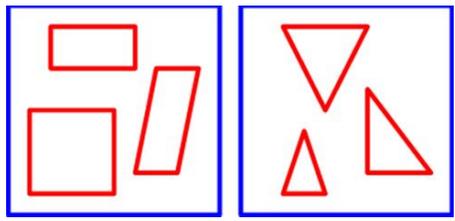
Habilidades generales

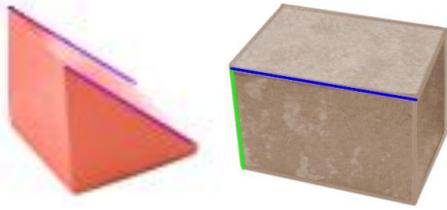
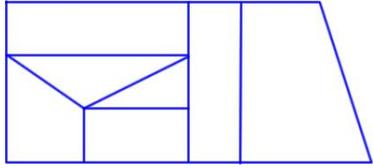
Las habilidades generales a desarrollar en *Geometría* al finalizar el Primer ciclo son:

- Visualizar y reconocer figuras geométricas planas básicas (triángulos, cuadriláteros, circunferencias) en el entorno y en diversos objetos.
- Reconocer líneas rectas y curvas en el entorno y en diversos objetos.
- Visualizar y reconocer sólidos básicos (esferas, cubos, cajas) en el entorno y en diversos objetos.
- Utilizar vocabulario geométrico elemental.
- Reproducir y trazar figuras geométricas básicas a mano alzada o utilizando instrumentos.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

1 ^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Conocimientos básicos <ul style="list-style-type: none"> • Líneas rectas • Líneas curvas • Líneas quebradas • Líneas mixtas • Nociones de posición con respecto a una línea cerrada (borde, interior, exterior) 	1. Identificar y trazar líneas rectas, curvas, quebradas y mixtas.	<p>▲ En una breve excursión por la escuela o dentro del aula se les pide que identifiquen líneas rectas, curvas, quebradas y mixtas. Se les provee de papel construcción y lana, se les pide que corten pedacitos y los peguen en el papel formando los diferentes tipos de líneas que observaron en su excursión. Ejemplo:</p>  <p>Con actividades como ésta se propicia el proceso <i>Representar</i>.</p>
	2. Distinguir el interior, el exterior y el borde referidos a líneas cerradas tanto en el entorno como en dibujos y trazos elaborados por sí mismo y por otros.	<p>▲ Para introducir el concepto de interior y exterior de una línea cerrada se puede proponer un problema como éste:</p> <p>😊 Se les presenta un dibujo como el siguiente.</p>  <p>Imágenes con derechos adquiridos por el MEP</p>

		<p>Se les pide clasificar los objetos en dos grupos y que justifiquen su clasificación. Pueden dar varias estrategias de clasificación, al final se realizará la etapa de clausura definiendo los conceptos de interior y exterior de una línea cerrada.</p> <p> Estos conceptos pueden ser introducidos mediante juegos con líneas sobre el suelo o cuerdas, con ello se propicia el aprecio y disfrute de las Matemáticas.</p>
<p>Figuras planas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Triángulos • Cuadriláteros • Polígonos • Identificación, trazo y clasificación 	<p>3. Identificar figuras planas en cuerpos sólidos.</p> <p>4. Trazar figuras planas de diversos tipos como triángulos, cuadriláteros, polígonos, utilizando regla, escuadra, papel cuadriculado.</p> <p>5. Clasificar figuras planas de acuerdo con su forma (triángulos, cuadriláteros, polígonos).</p>	<p>▲ En objetos tridimensionales, se pide señalar figuras planas (las caras de los cubos o de prismas y pirámides). Se facilitan materiales como plastilina y pajillas para que construyan objetos como cajas y pirámides. Con la plastilina se forman bolitas que serán las uniones (vértices) de los segmentos de las pajillas. Ejemplo:</p>  <p>▲ Se les facilita papel construcción para pegar en él paletas (de helados) y así formar figuras planas. Luego se recortan y se pueden pegar en carteles clasificándolas según su forma. Ejemplo:</p> 
<p>Cuerpos sólidos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cajas 	<p>6. Identificar objetos que tengan forma de caja.</p> <p>7. Clasificar objetos según tengan forma de caja o no tengan dicha forma.</p>	<p>▲ Relacionar estas formas con elementos que se localizan en el aula o en el entorno de la institución u objetos que porten las y los estudiantes.</p> <p>▲ El nombre correcto de la forma geométrica que representa una caja como la que aparece abajo es “paralelepípedo”; sin embargo, en este nivel no es necesario proporcionar dicho nombre y para estar más acorde con el entorno inmediato se puede emplear el de “caja”.</p>  <p>Imagen cortesía de FreeDigitalPhotos.net</p>

2° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Líneas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Horizontal • Vertical • Oblicua 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar en dibujos y en el entorno posiciones de líneas rectas: horizontal, vertical, oblicua. 2. Trazar líneas rectas en posiciones horizontal, vertical y oblicua. 	<p>▲ Los conceptos se seguirán manejando de forma intuitiva (no hay definiciones formales).</p> <p>▲ En objetos como cajas puede identificarse segmentos horizontales y verticales. En otros, se pueden ver líneas oblicuas.</p>  <p>Imagen a la izquierda con derechos adquiridos por el MEP</p> <p>▲ Para el trazo de estas figuras se pide colocar paletas, lana, pajillas, entre otros, en forma vertical, horizontal y oblicua. También, utilizar la regla para realizar trazos en estas posiciones. Se debe tener cuidado con las nociones horizontal y vertical cuando se refieren a líneas en el plano.</p>  <p>Es conveniente reutilizar materiales, esto irá fomentando una cultura ambiental.</p>
<p>Figuras planas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Triángulo • Cuadrilátero • Cuadrado • Rectángulo • Vértice • Lado 	<ol style="list-style-type: none"> 3. Reconocer triángulos y cuadriláteros. 4. Trazar triángulos y cuadriláteros utilizando instrumentos geométricos. 5. Reconocer si un cuadrilátero es un rectángulo. 6. Reconocer si un rectángulo es un cuadrado. 7. Identificar elementos de una figura plana (vértice, lado). 8. Identificar semejanzas y diferencias en triángulos, cuadrados, rectángulos y cuadriláteros en general. 9. Componer y descomponer figuras utilizando cuadriláteros y triángulos. 	<p>▲ Las habilidades aquí se refieren a un nivel de reconocimiento y trazado básico.</p> <p>▲ Se les pide que identifiquen en objetos de su entorno triángulos y cuadriláteros, para luego trazarlos con ayuda de la regla.</p> <p>▲ Para introducir el reconocimiento de rectángulos se puede proponer el siguiente problema:</p>  <p>En el dibujo, pinte con un mismo color tres figuras que se parezcan.</p>  <p>Se les solicita explicar el porqué de sus respuestas. Se dirige el proceso mediante preguntas apropiadas. Por último se define el término “rectángulo” y el reconocimiento de estas figuras.</p> <p>▲ Pedirles que clasifiquen varias figuras hechas de cartulina en:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Triángulos y rectángulos. b. Triángulos y cuadrados. <p>Las figuras de cartulina representan diferentes tipos de triángulos, rectángulos de diversas formas y cuadrados. Se les pide justificar la clasificación realizada. Se les puede brindar el tangrama para que identifiquen estas figuras en sus piezas.</p>

Con ayuda de las mismas figuras de cartulina, que cuenten sus lados y esquinas (vértices) y que comenten las semejanzas y diferencias que observan. Al final de las observaciones tendrán claro que una figura poligonal tiene el mismo número de lados que de vértices.



Las observaciones se pueden hacer en equipos y luego exponerlas al resto del grupo. Al final se les pide componer una figura con las figuras de cartulina para exponerlas o pegarlas en algún espacio del aula.



También podrán, por ejemplo, dibujar un plano del aula. Esta actividad se presta para insistir en una participación activa y colaborativa.

▲ En cuanto al trazado de figuras (triángulos y cuadriláteros), se trata solamente de utilizar la regla. Se les puede pedir, por ejemplo, que tracen un segmento, luego otro que inicie donde termina el primero y finalmente cerrar la figura con otro segmento, para producir un triángulo. Esto permitirá que tengan una noción más clara de cómo están constituidas estas figuras.

▲ Para la parte de composición de figuras se puede hacer uso del tangrama. Se plantea una figura para intentar descomponerla en triángulos y cuadriláteros.



se descompone en



Elaboración propia



La historia de los números figurados puede servir de elemento motivador. Estos números llamaron la atención de los primeros pitagóricos, ya que servían para representar formas geométricas por medio de puntos o piedras. Por ejemplo, el número 6 es triangular y el 9 es cuadrado:

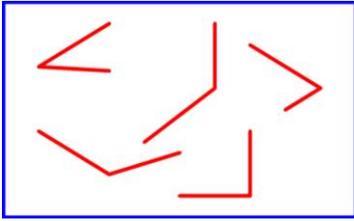


El estudio más completo de estos números lo dio el griego Nicómaco de Gerasa alrededor del año 100 d.C.



Es muy importante que este tipo de actividades concluyan con una exposición de los resultados por parte de las y los estudiantes. De esta forma, se podrá evaluar si hay comprensión de los conceptos y pueden expresarse apropiadamente. Con esto se potencia el proceso *Comunicar*.

<p>Cuerpos sólidos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cajas 	<p>10. Identificar objetos que tengan forma de caja.</p> <p>11. Clasificar objetos según tengan forma de caja o no tengan dicha forma.</p>	<p>▲ Relacionar estas formas con elementos que se localizan en el aula o en el entorno de la institución u objetos que porten las y los estudiantes.</p> <p>▲ El nombre correcto de la forma geométrica que representa una caja como la que aparece abajo es “paralelepípedo”; sin embargo, en este nivel no es necesario proporcionar dicho nombre y para estar más acorde con el entorno inmediato se puede emplear el de “caja”.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Imagen cortesía de FreeDigitalPhotos.net</p>
---	--	---

3 ^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Ángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lado • Vértice • Agudo • Recto • Obtuso 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer ángulos en dibujos y objetos del entorno. 2. Trazar ángulos y reconocer sus elementos (lado, vértice). 3. Estimar la medida de ángulos en objetos del entorno. 4. Clasificar ángulos de acuerdo con su medida (agudo, recto, obtuso). 5. Estimar por observación (en dibujos y objetos del entorno) si un ángulo es recto, agudo u obtuso. 6. Medir ángulos con el transportador. 7. Plantear y resolver problemas que involucren los conceptos de lado, vértice, ángulo recto, ángulo obtuso, ángulo agudo. 	<p>▲ El concepto de ángulo queda a nivel de identificación en elementos del entorno.</p> <p>▲ Se les pide clasificar dibujos de ángulos y comunicar su clasificación.</p> <p>▲ Se llega a los conceptos de ángulo recto, agudo y obtuso.</p> <p>▲ Se les pide marcar con sus brazos los diferentes ángulos.</p> <p>▲ Observar y reconocer en el entorno diferentes ángulos.</p> <p>▲ Con dos tiras de papel cartulina unidas en una de sus extremidades, se abren y se cierran de manera que se formen distintos ángulos. De esta forma se puede establecer una analogía para introducir posteriormente el uso del transportador y la escuadra.</p> <div style="text-align: center;">  </div>

<p>Rectas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Paralelas • Perpendiculares <p>Segmentos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Paralelos • Perpendiculares 	<p>8. Diferenciar rectas y segmentos.</p> <p>9. Reconocer rectas y segmentos paralelos en dibujos y objetos del entorno.</p> <p>10. Reconocer rectas y segmentos perpendiculares en dibujos y objetos del entorno.</p> <p>11. Trazar segmentos paralelos y perpendiculares.</p>	<p>▲ Se plantea reconocer en el aula distintos tipos de líneas formadas por las paredes, la pizarra, las mesas, las ventanas.</p> <p>▲ Otro ejemplo: dada una fotografía de un edificio o una imagen, se solicita identificar en ella rectas paralelas y perpendiculares, repasando con algún color para identificar cada segmento.</p> <p>▲ Se propone dibujar paralelas utilizando los bordes de la regla y perpendiculares con la escuadra.</p> <p>▲ Se les pide que tracen un dibujo utilizando segmentos paralelos y perpendiculares y que lo expongan al resto de la clase.</p> <p>▲ Se debe relacionar la perpendicularidad con el concepto de ángulo recto.</p>
<p>Posición – localización</p>	<p>12. Ubicar personas u objetos a partir de un punto de referencia.</p>	<p>▲ Por medio de un juego o rally, se les refiere a un mapa en el cual se deben encontrar pistas que lleven a un tesoro o premio escondido.</p> <p>▲ Se da un punto de referencia en el aula y se pide ubicar, por ejemplo, a cuántos pasos hacia un lado u otro se ubica un compañero o compañera.</p>
<p>Polígonos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pentágono • Hexágono 	<p>13. Clasificar polígonos según el número de sus lados (triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono).</p> <p>14. Trazar polígonos de diferente número de lados utilizando regla y compás.</p>	<p>▲ Aquí se consideran polígonos con mayor número de lados.</p> <p>▲ Se busca que se señalen los vértices y lados de las figuras y que indiquen cuántos poseen para poder clasificarlas según el número de lados. Deben tener claro que una figura poligonal tiene el mismo número de lados que de vértices.</p> <p>▲ Se le pide a cada estudiante que trace un polígono (puede escoger de 3 a 6 lados) sin comentar cuál va a trazar. Se dibuja en la pizarra una tabla de clasificación con el nombre de los polígonos y cada estudiante pasa y lo pega en el espacio que cree que corresponde. Con la participación de toda la clase se revisa la clasificación.</p>
<p>Circunferencias</p> <ul style="list-style-type: none"> • Radio • Diámetro 	<p>15. Identificar y trazar circunferencias.</p> <p>16. Reconocer el radio y el diámetro de circunferencias.</p>	<p>▲ Se debe explicar paso a paso, el uso correcto del compás y supervisar que sea utilizado correctamente para trazar circunferencias.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>▲ Para aprender a usar el compás se propone el trazo de la rosácea, flores, etc. Se pinta y se expone.</p>

Primer ciclo, Medidas

Observaciones

Las habilidades específicas para esta área son las mismas del programa nuevo para los tres años que conforman el I ciclo.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán ser adquiridas en el área de *Medidas*, al finalizar el Primer ciclo, son:

- Construir la noción de medición (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad).
- Utilizar instrumentos de medición.
- Realizar mediciones (longitud, moneda, peso, tiempo).
- Estimar medidas (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad).
- Aplicar la medición en diversos contextos.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

1 ^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Longitud <ul style="list-style-type: none">• Unidad de medida• Metro• Centímetro	<ol style="list-style-type: none">1. Estimar medidas utilizando unidades de medidas arbitrarias como la cuarta o unidades definidas por las y los estudiantes.2. Estimar medidas utilizando el metro o el centímetro como unidades de medida convencionales.	<p>▲ Se puede pedir que digan con qué se puede medir el borde del pupitre, la altura de la pared del aula, etc.</p> <p>▲ Se pide comparar diversos objetos: es más largo, más corto etc. Las y los estudiantes pueden comparar su tamaño: es más grande que... es más bajito que...</p> <p>▲ Pueden utilizar, por ejemplo, una cuerda, el borde de una hoja, un lápiz o diferentes partes de su cuerpo (pie, codo, cuarta, jeme) como unidades para estimar la medida de su pupitre, cuaderno, pizarra, ventanas u otras partes del aula. Luego realizan las mediciones con el metro o la regla y comparan resultados con los demás.</p> <p> Estos conocimientos se pueden conectar con <i>Geometría</i>; por ejemplo, solicitando que identifiquen líneas rectas y que estimen o realicen mediciones de ellas.</p>

<p>Moneda</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidad monetaria • Colón • Monedas de Costa Rica 	<p>3. Construir el conocimiento de unidad monetaria.</p> <p>4. Reconocer el colón como la unidad monetaria de Costa Rica.</p> <p>5. Identificar la relación entre las monedas de denominaciones hasta ₡100.</p>	<p>▲ Se solicita traer monedas de la casa, colocarlas debajo de una hoja de papel blanco y repintar con color sobre ellas hasta que aparecen los detalles de la moneda. Luego se pide recortarlas y crear su propio dinero para contarlas, realizar equivalencias y hasta compras ficticias de los mismos materiales que ellos utilizan.</p> <p>▲ Plantearles problemas que requieren el uso del dinero tales como:</p> <p> Pablo compró cuatro chicles en ₡ 25 cada uno, si pagó con ₡ 100, ¿cuánto dinero le sobró?</p> <p>▲ Debe aclarárseles que las denominaciones de las monedas han cambiado con el tiempo y que podrían cambiar en el futuro.</p>
<p>Peso</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidad de peso • Comparación de pesos 	<p>6. Estimar el peso de objetos utilizando unidades arbitrarias.</p> <p>7. Comparar los pesos de diversos objetos en forma intuitiva.</p>	<p>▲ Se puede tomar un objeto como unidad de peso y comparar pesos con él mediante manipulación de objetos.</p> <p>▲ Si hay subibajas en la escuela, se puede utilizar para comparar el peso de dos estudiantes.</p>
<p>Tiempo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Día • Noche • Mes • Año • Antes • Después • Ahora • Mañana • Pasado • Presente • Futuro • Horas, minutos 	<p>8. Identificar la necesidad de medir el tiempo.</p> <p>9. Utilizar la noción de tiempo (día, noche, semana, mes, año, antes, ahora, después, ayer, hoy, mañana, pasado, presente, futuro) en situaciones de la vida cotidiana o imaginarias.</p> <p>10. Estimar el intervalo de tiempo transcurrido entre dos eventos.</p>	<p>▲ Preguntar acerca de los instrumentos que conocen para medir el tiempo.</p> <p>▲ Con ayuda de imágenes fotocopiadas de diferentes actividades diarias de un niño o niña en edad escolar, se solicita recortar, ordenar y pegar las imágenes según una secuencia lógica. Identificar las diferentes maneras que conocen de medir el tiempo, minutos, horas, días, semanas, meses, años u otros. Se puede traer un reloj de arena y que estimen el tiempo que tarda en caer la arena. Estimar cuánto tiempo permanecen en la escuela o cuántas horas duermen.</p> <p>▲ Pueden narrar hechos reales o ficticios, noticias, o dibujar actividades según el tiempo solicitado.</p> <p>▲ Elaborar un álbum con fotos del pasado y presente y dibujos o imágenes de lo que les gustaría llegar a hacer. Se puede trabajar conjuntamente con la noción del tiempo en Estudios Sociales.</p> <p> Diversas actividades de juegos para que cada estudiante se familiarice con el uso de las medidas pueden propiciar el respeto, aprecio y disfrute de las Matemáticas.</p>
<p>Capacidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidad de capacidad 	<p>11. Estimar la capacidad de diversos recipientes utilizando unidades de capacidad arbitrarias.</p>	<p>▲ Para iniciar, se les puede presentar un problema como el siguiente:</p> <p> La docente de primer grado A va a repartir una caja de leche en varios vasos pequeños y la de primer grado B en</p>

<ul style="list-style-type: none"> • Comparación de capacidades 	<p>12. Comparar las capacidades de diversos recipientes en forma intuitiva.</p>	<p>varios vasos grandes. ¿Cuántos vasos pequeños cree que llenará la docente de primero A? ¿Cuántos vasos grandes llenará la de primero B?</p> <p>El análisis de las respuestas estudiantiles permitirá llevar a la noción de unidad de capacidad y a la comparación de cantidades.</p> <p>▲ Preguntarles cómo se puede medir una cantidad de agua, de harina, de leche, para hacer un queque.</p> <p>▲ Se pueden hacer comparaciones de capacidad llenando recipientes de algún líquido usando un vaso o una taza como unidad de medida.</p>
--	---	---

2° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Longitud</p> <ul style="list-style-type: none"> • Metro • Centímetro • Relaciones • Símbolos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Comparar longitudes sin usar la regla. 2. Realizar mediciones utilizando el metro y el centímetro. 3. Establecer relaciones entre metro y centímetro. 4. Reconocer los símbolos para metro y centímetro. 	<p>▲ Comparar longitudes a simple vista, con una cuerda y mediante comparación de segmentos con tiras de papel usando el compás.</p> <p>▲ Presentarles problemas como:</p> <p> Doña Carolina compró 2 m de tela para un saco y 100 cm para una blusa, ¿cuántos metros de tela compró en total? Esto permite aplicar equivalencias entre medidas y utilizar sus símbolos.</p> <p>▲ Construir con cartulina un metro para que puedan adquirir mejor la relación entre centímetro y metro.</p> <p> La construcción de instrumentos promueve la perseverancia.</p>
<p>Moneda</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estimación • Comparación 	<ol style="list-style-type: none"> 5. Establecer la relación entre las monedas de denominaciones hasta ¢ 500. 6. Estimar cantidades monetarias. 7. Comparar cantidades monetarias. 	<p>▲ Proponerles problemas donde aplican las relaciones entre las monedas y billetes, por ejemplo:</p> <p> ¿Cómo pagar la suma de ¢325 con monedas de ¢100, ¢10 y ¢5?</p> <p> Roxana compró un paquete de tortillas en ¢325 y un helado de palillo en ¢175. Si pagó con un billete de ¢1000, represente mediante círculos el dinero en monedas que le sobró.</p> <p>▲ Pueden realizar estimaciones del dinero que ellas y ellos traen para comprar en la soda de la escuela.</p>

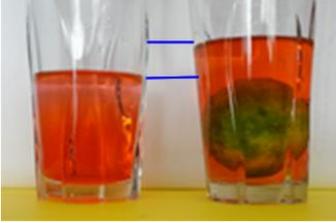
<p>Peso</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kilogramo • Gramo • Símbolo • Estimación • Comparación 	<p>8. Utilizar el kilogramo como unidad de masa.</p> <p>9. Reconocer el símbolo para kilogramos.</p> <p>10. Estimar medidas de peso.</p> <p>11. Comparar medidas de peso.</p>	<p>▲ Se puede pedir, por ejemplo, estimar el peso de un colibrí, de un perro, de una persona adulta.</p> <p>▲ Se plantean problemas como el mostrado a continuación:</p> <p>😊 Para una receta se necesitan 2 kg de carne de cerdo y 1000 g de carne de res. ¿Cuál tipo de carne se necesita más?</p> <p>▲ Se pueden traer diferentes frutas de la casa o las que traen para merendar y comparar la medida del peso.</p> <p>▲ Es importante aclarar que el kg es una unidad de masa pero se usa corrientemente como unidad de peso. Al decir que un objeto pesa 1 kg en realidad es 1 kgf. (kilogramo fuerza).</p>
<p>Tiempo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Horas • Minutos • Intervalos 	<p>12. Medir intervalos de tiempo utilizando horas, minutos y lapsos de 15, 30 o 45 minutos.</p> <p>13. Comparar intervalos de tiempo medidos en minutos.</p> <p>14. Leer el reloj analógico.</p>	<p>▲ Uso del reloj analógico. Con ayuda de material impreso con imágenes de relojes sin las manecillas se puede solicitar trazar la hora.</p> <div style="text-align: center;">  <p>Elaboración propia</p> </div> <p>▲ Resolver problemas tales como:</p> <p>😊 El examen empezó a las 9:00 a.m. y terminó 120 minutos después. ¿Cuántas horas transcurrieron? ¿A qué hora terminó el examen?</p> <p>📅 Es relevante aprovechar los recursos que existen en Internet. Por ejemplo, en el sitio:</p> <p style="text-align: center;">http://concurso.cnice.mec.es/cnice2005/115_el_reloj/index.html</p> <p>se pueden encontrar diferentes actividades para la lectura del reloj.</p> <div style="text-align: center;">  </div>

<p>Capacidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Litro • Estimación • Comparación 	<p>15. Estimar la capacidad de diversos recipientes utilizando el litro como unidad de capacidad.</p> <p>16. Comparar mediciones de capacidad.</p> <p>17. Plantear y resolver problemas que involucren diferentes medidas.</p>	<p>▲ Se pueden plantear problemas como:</p> <p> Alejandra compró, para su fiesta de cumpleaños, 3 envases de jugo de fruta, cada uno con capacidad de un litro. ¿Cuántos vasos pequeños puede llenar con cada litro de refresco? Para el trabajo con este problema se les proporciona vasos de diferentes capacidades y se pide que respondan a la pregunta en cada caso.</p> <p>▲ Realizar estimaciones de capacidad comparando el contenido de recipientes con el contenido del litro. Se les puede pedir que traigan de la casa envases vacíos de jugos, leche y refrescos para hacer equivalencias entre los mismos.</p> <p> En este nivel se espera que el estudiantado pueda comunicar sus ideas con respecto a la resolución de los problemas.</p>
--	--	---

3 ^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Longitud</p> <ul style="list-style-type: none"> • Metro • Múltiplos • Submúltiplos • Conversiones 	<p>1. Estimar mediciones.</p> <p>2. Realizar mediciones utilizando el metro, sus múltiplos y submúltiplos.</p> <p>3. Realizar conversiones de medida entre el metro, sus múltiplos y submúltiplos.</p>	<p>▲ Se propone usar un metro para realizar estimaciones y mediciones de diferentes objetos del entorno.</p> <p>▲ Proponer problemas donde aplican las conversiones; por ejemplo:</p> <p> Mónica recorre su comunidad en bicicleta todos los días. Al día recorre 8 km. ¿Cuántos metros recorre en un día?</p>
<p>Moneda</p> <ul style="list-style-type: none"> • Monedas • Billetes • Comparación • Estimación 	<p>4. Establecer la relación entre las monedas de denominaciones hasta ₡500 y billetes de hasta ₡ 10 000 para utilizarlas en situaciones prácticas.</p> <p>5. Estimar y comparar cantidades monetarias.</p>	<p>▲ Se pueden proponer problemas para desarrollar estas habilidades; por ejemplo:</p> <p> Luisa tiene ahorrado cinco monedas de ₡500, trece monedas de ₡100, veinte de ₡50 y ocho de ₡25. Ella quiere cambiar su dinero por billetes. ¿Por cuáles y cuántos billetes podría cambiar su dinero?</p> <p>▲ Recuerde que la respuesta no es única.</p> <p> Se puede comentar una noticia como la siguiente, desde el punto de vista de su contenido matemático (en lo que concierne al nivel de conocimiento de las y los estudiantes) y su relación con el medio ambiente.</p> <p>...Ortíz diseñó con experimentación y de forma autodidacta un prototipo de calentador de agua que redujo su factura de electricidad y le dio beneficios adicionales, además del agua caliente de la ducha, ahora también tenía agua caliente para lavar los platos y la ropa. Su idea no terminó allí sino que creció a un ámbito</p>

		<p>empresarial para conformar el emprendimiento familiar “H2SOL”, en donde puso a disposición de las empresas su diseño por 300 mil colones, monto que para ella es más bajo y accesible que los que se encuentran en el mercado actual.</p> <p>Sin embargo, Ortíz no es la única que redujo su consumo de electricidad con un calentador. Roque Corrales, vecino de Naranjo, mencionó que en su hogar la factura bajó aproximadamente en 6000 colones por mes gracias al uso de un calentador. Estos equivaldrían a 72 000 colones al año....</p> <p>Fuente: http://www.crhoy.com/19 de febrero de 2012.</p>
--	--	--

<p>Peso</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kilogramo • Cuartos • Medios • Tres cuartos • Estimar • Comparar 	<p>6. Medir pesos utilizando el kilogramo y sus divisiones en $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ de kg.</p> <p>7. Estimar pesos utilizando el kilogramo y sus divisiones en $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ de kg.</p> <p>8. Estimar y comparar medidas de peso.</p>	<p>▲ Se pueden implementar problemas tales como:</p> <p> Mi abuela nos prepara empanadas de queso todos los días. Si el lunes gastó $\frac{1}{4}$ kg de queso, el martes $\frac{1}{2}$ kg y el miércoles $\frac{1}{4}$ kg, ¿cuántos kilogramos gastó en total?</p> <p>▲ Utilizando un objeto que pese un kg como patrón, estimar el peso de objetos traídos por las y los estudiantes.</p>
<p>Tiempo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Año • Mes • Semana • Hora • Minuto • Segundo • Conversiones 	<p>9. Estimar el tiempo.</p> <p>10. Medir el tiempo utilizando año, meses, semanas, horas, minutos y segundos.</p> <p>11. Realizar conversiones entre estas medidas.</p>	<p>▲ Se puede iniciar el tema proponiendo un problema tal como:</p> <p> Si mi perrito tiene 19 semanas de nacido y el perro de mi vecino tiene 5 meses, ¿cuál tiene más edad?</p>
<p>Capacidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Litro • Múltiplos • Submúltiplos • Conversiones 	<p>12. Estimar y medir la capacidad de diversos recipientes utilizando el litro, sus múltiplos y submúltiplos.</p> <p>13. Realizar conversiones entre el litro, sus múltiplos y submúltiplos.</p> <p>14. Resolver problemas que involucren diferentes medidas.</p>	<p>▲ Se puede preguntar con qué unidad de medida se puede medir la cantidad de agua en un vaso, en un tanque de agua, en una piscina, en una jeringa.</p> <p>▲ Resolver problemas tales como:</p> <p> Si una caja de leche tiene 1800 ml, ¿cuántos vasos con capacidad para 30 cl puedo llenar?</p> <p> Problemas que tienen que ver con el entorno estudiantil propician la confianza en la utilidad de las Matemáticas.</p> <p> Este es un momento adecuado para usar la anécdota de Arquímedes de Siracusa (matemático del siglo III a.C.) y su grito ¡Eureka! (¡lo encontré!). Puede servir para llamar jocosamente la atención de las y los estudiantes acerca de los</p>

		<p>descubrimientos relacionados con la hidrostática hechos por este matemático de la antigüedad.</p> <p>Arquímedes descubrió un principio que lleva su nombre que dice que si se sumerge un objeto en un líquido, entonces el volumen del objeto es igual al volumen del líquido que se desplaza al ser sumergido.</p>  <p>Elaboración propia</p> <p>Se cuenta que, cuando descubrió este principio, Arquímedes se encontraba en su tina bañándose y fue tal su alegría que salió desnudo por las calles de Siracusa (hoy Sicilia, en Italia) gritando ¡Eureka!, ¡Eureka!</p> <p>⚙️ En este nivel, cada estudiante debe comprender el problema, considerar al menos una forma de resolverlo, revisar el proceso de solución y evaluar la respuesta obtenida.</p>
<p>Medidas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Longitud • Moneda • Masa • Tiempo • Capacidad 	<p>15. Plantear problemas que utilicen diferentes tipos de medidas.</p>	<p>▲ Para esto, cada estudiante debe integrar los conocimientos adquiridos en el área de <i>Medidas</i>. Una estrategia puede ser brindar información real del uso de algún tipo de medidas para que con esta información puedan construir un ejercicio o problema. Por ejemplo:</p> <p>😊 Proporcionar la siguiente información del calendario 2011:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Octubre tiene 744 horas. b. Febrero tiene 40 320 minutos. c. Agosto tiene 4 semanas completas y tres días. <p>⚙️ Luego se pide formular un problema o ejercicio donde se involucre uno o más de los datos proporcionados. Proceso involucrado: <i>Plantear y resolver problemas</i>.</p> <p>Por ejemplo, podría enunciar problemas como los siguientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Si en el 2011 el mes de agosto tiene 4 semanas completas y tres días, entonces ¿cuántos minutos tiene el mes de agosto? b. Si en el 2011 el mes de octubre tiene 744 horas y el mes de febrero tiene 40 320 minutos, ¿cuál mes tiene mayor cantidad de días? ¿Cuántos días tienen de diferencia? <p>▲ También se deben proporcionar datos para plantear problemas que involucren a la vez dos tipos de medidas: peso y moneda, longitud y moneda, capacidad y masa, etc.</p>

Primer ciclo, Relaciones y Álgebra

Observaciones

Para primer año

El programa de transición en esta área es el mismo que el programa aprobado. Aunque en el programa anterior esta área no aparece explícitamente como tal, algunos de los conocimientos tratados en él coinciden con conocimientos que en esta área propone el nuevo programa: búsqueda de patrones en series numéricas y de dibujos. El nuevo programa además de esto propone construir sucesiones, identificar expresiones matemáticas iguales (significado de $=$) y representar cantidades utilizando la escritura de expresiones matemáticas.

Para segundo año

Fueron incluidos conocimientos acerca de expresiones matemáticas que son parte del programa nuevo para el primer año y que no eran parte del programa de estudios del 2005. Los conocimientos fundamentales son los de igualdad y de representación de cantidades.

Para tercer año

Fueron incluidos conocimientos acerca de expresiones matemáticas que son parte del programa nuevo para el primer año y que no eran parte del programa de estudios del 2005. Los conocimientos fundamentales son los de igualdad y de representación de cantidades. La representación de los números naturales y de fracciones propias en la recta numérica aparece en cuarto año en los programas de estudio del 2005 mientras que en el programa nuevo este conocimiento aparece en el segundo año, área de números.

Habilidades generales

Las habilidades generales a desarrollar en *Relaciones y Álgebra* al finalizar el Primer ciclo son:

- Construir sucesiones con números y con figuras.
- Identificar patrones en una secuencia de figuras o de números.
- Ordenar números en forma ascendente o descendente.
- Escribir e interpretar expresiones matemáticas que representan cantidades dadas.
- Identificar y sustituir el número que falta en una tabla o en una expresión matemática.
- Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

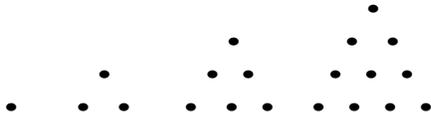
1^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Sucesiones <ul style="list-style-type: none"> • Patrones 	1. Identificar patrones o regularidades en sucesiones con números menores que 100, con figuras o con representaciones geométricas	<p>▲ Una estrategia consiste en proponer sucesiones numéricas en forma de juegos, oralmente (pasándose una bola) o en forma escrita.</p> <p>▲ Se pueden proponer sucesiones que requieran la suma, resta, el doble, o bien sucesiones numéricas de términos que se obtengan mediante la adición, donde el término inicial sea un número natural y el término final sea menor que 100.</p> <p>▲ Proponga que cada estudiante marque en una tabla que contiene números naturales menores que 100 aquellos números que se obtienen de añadir 5 sucesivamente a partir del cero. Verificar si las unidades de los números marcados obedecen a un patrón (el cual corresponde a que la cifra de las unidades es 0 o 5).</p> <p>▲ Proponga sucesiones con figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales (sólidos). En las figuras geométricas bidimensionales se puede utilizar rectas paralelas y rectas perpendiculares.</p> <p> Esto favorece la conexión entre las áreas de <i>Geometría</i> y de <i>Relaciones y Álgebra</i>.</p>
	2. Construir sucesiones con figuras o con números naturales menores que 100 que obedecen a una ley dada de formación o patrón.	<p>▲ Proponga una secuencia numérica, por ejemplo 5, 7, 9, 11, ... en la que empieza con un número natural y le va agregando un número natural fijo a cada número sucesivo.</p> <p>▲ Es importante utilizar material concreto para introducir el tema de sucesiones. Por ejemplo, cortar rectángulos de distintos colores y ubicarlos en fila, color 1, color 2, color 3, color 1, color 2, color 3, y preguntar, si el patrón continúa, el color que sigue, o el color que ocuparía la posición número 10.</p> <p> Se recomienda la utilización de materiales concretos reciclables, para desarrollar una <i>Cultura ambiental para el desarrollo sostenible</i>.</p> <p> Motive a cada estudiante para que formule su propia sucesión manteniendo una actitud perseverante y que lo comparta con otros compañeros o compañeras en un ambiente de respeto mutuo.</p> <p> Lo anterior favorece los procesos <i>Razonar</i> y <i>argumentar</i> y <i>Comunicar</i>.</p> <p>▲ Es fundamental que cada estudiante haga cálculos mentales para identificar patrones o regularidades.</p>

<p>Expresiones matemáticas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Signo de Igualdad • Representación de cantidades 	<p>3. Identificar dos expresiones matemáticas que son iguales.</p> <p>4. Reconocer el significado de “=”.</p>	<p>▲ Se pueden plantear problemas como el siguiente:</p> <p>☺ Alicia tiene 2 bolsas con 3 galletas de avena cada una y su prima Ana tiene 3 bolsas con 2 galletas cada una. ¿Cuál de las dos tiene más galletas?</p> <p>▲ Proponga por ejemplo operaciones del tipo: $15 + 3 = 20 - 2$, donde cada estudiante identifique que lo que se coloque a la izquierda y a la derecha del signo “=” son iguales en valor o cantidad.</p> <p>▲ Es importante interiorizar el signo de igualdad como un símbolo de equivalencia y equilibrio.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Imagen cortesía de FreeDigitalPhotos.net</p>
	<p>5. Representar cantidades en situaciones diversas utilizando la escritura de expresiones matemáticas.</p>	<p>☺ En el bolsillo del pantalón me encontré dos monedas de veinticinco colones y tres monedas de diez colones. Estas cantidades pueden expresarse matemáticamente por</p> $25 + 25 + 10 + 10 + 10$
	<p>6. Plantear y resolver problemas contextualizados aplicando la representación de cantidades.</p>	<p>▲ Por ejemplo, que cada estudiante plantee y resuelva un problema que corresponda a la siguiente representación de cantidades:</p> $7 + 7 + 7 + 5$

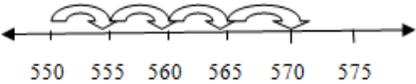
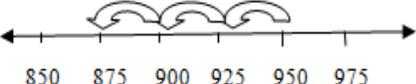
2° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Sucesiones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Patrones • Tablas numéricas • Sucesiones ascendentes • Sucesiones descendentes 	<p>1. Construir sucesiones con figuras o con números naturales menores a 1000 que obedecen un patrón dado de formación.</p>	<p>▲ En el programa de estudio del 2005 se utilizó el nombre series para las sucesiones. Entre los objetivos para el primer año, en el programa mencionado, se encuentran la búsqueda de patrones de series (sucesiones actualmente) numéricas sencillas, dibujos geométricos y otros, mientras que la recolección de datos en tablas de doble entrada fue vista en el área de Estadística. Los números utilizados eran menores que 100.</p> <p>▲ Cada estudiante propone una sucesión para que la resuelvan sus compañeros y compañeras.. Motive a utilizar diferentes patrones para así lograr obtener un banco de ejercicios útiles para cuando se quiera reforzar el conocimiento. Permita que cada estudiante comparta las estrategias utilizadas en la construcción.</p>

		<p> Esto favorece los procesos de <i>Razonar</i> y <i>argumentar</i>.</p> <p>▲ Proponga la construcción de sucesiones que requieren dos operaciones a lo sumo.</p> <p> Será motivador contar la historia del matemático alemán Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855) el cual a los 9 años de edad, buscó una forma ingeniosa de sumar los 100 primeros números naturales, usando su gran habilidad para el reconocimiento de patrones numéricos. En efecto, su profesor de aritmética J. G. Büttner, propuso dicho problema para ver si lograba mantener a sus estudiantes ocupados por un buen rato. Gauss se dio cuenta de que la suma solicitada simplemente era 50 veces 101, número formado por la suma de las parejas 1 y 100, 2 y 99, 3 y 98, y así sucesivamente.</p> <p>▲ Se podría proponer a cada estudiante calcular la suma de los 10 primeros números naturales.</p>												
	<p>2. Identificar patrones o regularidades en sucesiones o en tablas de números naturales menores que 1000, con figuras o con representaciones geométricas.</p>	<p>▲ Proponga sucesiones que requieren dos operaciones para que cada estudiante explore e identifique el patrón en la sucesión. Por ejemplo: 1, 3, 7, 15, 31, ... Una estrategia sería: sumarle al número su sucesor. Otra más compleja sería duplicar el número y sumar 1 al resultado.</p> <p> Este tipo de ejercicio requiere de un mayor esfuerzo, por esta razón la actividad puede ser presentada como un desafío. La búsqueda de patrones es una herramienta muy importante.</p> <p> Que cada estudiante comparta la estrategia utilizada para identificar el patrón en un ambiente de respeto mutuo.</p> <p>▲ Es recomendable utilizar representación tabular. Por ejemplo, que cada estudiante complete la tabla:</p> <table border="1" data-bbox="831 1417 1356 1606"> <tr> <td>No. Manzanas de agua</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Precio de las manzanas de agua (en colones)</td> <td>60</td> <td>120</td> <td>180</td> <td>?</td> <td>?</td> </tr> </table> <p>Que cada estudiante comparta las estrategias utilizadas para el resultado de 5 manzanas de agua. Por ejemplo</p> <p style="text-align: center;">60×5 o bien $120 + 180$.</p> <p>Se puede permitir a los alumnos el uso de las tablas de multiplicar o calculadoras para que los cálculos no sean un obstáculo al aprendizaje.</p>	No. Manzanas de agua	1	2	3	4	5	Precio de las manzanas de agua (en colones)	60	120	180	?	?
No. Manzanas de agua	1	2	3	4	5									
Precio de las manzanas de agua (en colones)	60	120	180	?	?									

	<p>3. Ordenar números ascendente o descendente.</p> <p>4. Identificar y construir sucesiones ascendentes o descendentes.</p>	<p>▲ En el programa de estudio 2005 se utilizó la relación de orden en la comparación de números menores que 100 (sin utilizar los símbolos $<$, $=$, $>$) y se aplicó seriaciones en forma ascendente y descendente, en el primer año. En el segundo año ya se utilizaban los símbolos $<$, $=$, $>$ para ordenar los números menores que 1000.</p> <p> Introduzca situaciones donde cada estudiante ordene cantidades menores que 1000, por ejemplo sus notas obtenidas durante la semana de evaluación, ya sea de forma ascendente o descendente. Esto permite establecer conexiones con el área de <i>Estadística y Probabilidad</i>.</p>
<p>Expresiones matemáticas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Signo de Igualdad • Representación de cantidades 	<p>5. Identificar dos expresiones matemáticas que son iguales.</p> <p>6. Reconocer el significado de “=”.</p>	<p>▲ Se pueden plantear problemas como el siguiente:</p> <p> Alicia tiene 2 bolsas con 3 galletas de avena cada una y su prima Ana tiene 3 bolsas con 2 galletas cada una. ¿Cuál de las dos tiene más galletas?</p> <p>▲ Proponga por ejemplo operaciones del tipo: $15 + 3 = 20 - 2$, donde cada estudiante identifique que lo que se coloque a la izquierda y a la derecha del signo “=” son iguales en valor o cantidad.</p> <p>▲ Es importante interiorizar el signo de igualdad como un símbolo de equivalencia y equilibrio.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Imagen cortesía de FreeDigitalPhotos.net</p>
	<p>7. Representar cantidades en situaciones diversas utilizando la escritura de expresiones matemáticas.</p> <p>8. Plantear y resolver problemas contextualizados aplicando la representación de cantidades.</p>	<p> En el bolsillo del pantalón me encontré dos monedas de veinticinco colones y tres monedas de diez colones. Estas cantidades pueden expresarse matemáticamente por</p> $25 + 25 + 10 + 10 + 10$ <p>▲ Por ejemplo, que cada estudiante plantee y resuelva un problema que corresponda a la siguiente representación de cantidades:</p> $7 + 7 + 7 + 5$

3 ^{er} Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Sucesiones <ul style="list-style-type: none"> • Patrones • Sucesiones ascendentes • Sucesiones descendentes 	1. Identificar y construir sucesiones con figuras, representaciones geométricas o con números naturales menores a 100 000 que obedecen a un patrón dado de formación.	<p>▲ En el programa de estudio del 2005 se utilizó el nombre series para las sucesiones. Entre los objetivos para el primer año, en el programa mencionado, se encuentran la búsqueda de patrones de series (sucesiones en el programa nuevo) numéricas sencillas, dibujos geométricos y otros, mientras que la recolección de datos en tablas de doble entrada fue vista en el área de Estadística.</p> <p>▲ Se sugiere proponer en forma de juegos y desafíos sucesiones numéricas y no numéricas con un secreto escondido (patrón) que cada estudiante debe explorar e identificar a través del análisis de las mismas. Puede ser con figuras geométricas, operaciones, símbolos, múltiplos u otros.</p> <p> Se escribe en la pizarra una sucesión cuyos primeros términos son 2, 6 y 18, y se solicita a cada estudiante que proponga un problema cuya respuesta corresponda con la sucesión brindada. Un posible problema puede ser:</p> <p>Determine los primeros tres términos de la siguiente sucesión: ____, ____, ____, 54, 162, 486, ...</p> <p>El problema planteado tiene un alto nivel de dificultad para el nivel. Una propuesta más sencilla sería: encuentre el siguiente término en la sucesión: 2, 6, 18, ...</p> <p> Sucesión con puntos (números triangulares)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Se le pide a cada estudiante dibujar el término siguiente de la sucesión.</p> <p>▲ Cada estudiante construye y resuelve una sucesión donde pueden utilizar una o dos operaciones en el patrón.</p> <p> Para la construcción de sucesiones con figuras se recomienda la utilización de materiales concretos, principalmente los que son reciclables, para desarrollar una <i>Cultura ambiental para el desarrollo sostenible</i>.</p> <p> Se puede compartir la historia de los números poligonales, en particular los números triangulares, construidos por los pitagóricos.</p>
	2. Ordenar números ascendente o descendente.	<p>▲ En el programa de estudio 2005 fueron utilizados los símbolos $<$, $=$, $>$ para ordenar los números menores que 1000 en forma ascendente y descendente, en el segundo año.</p>

		<p>▲ Se sugiere proponer que comparen y ordenen cantidades obtenidas de un contexto en forma creciente o decreciente. Por ejemplo comparar y ordenar alturas de cerros o de volcanes de Costa Rica, o comparar y ordenar el número de estudiantes de cada sección de la escuela.</p> <p>Hay que seleccionar las cantidades a comparar para que los números correspondientes no superen 100 000.</p>  <p>Esta es una oportunidad para mostrar la utilidad de las Matemáticas y favorecer el proceso <i>Conectar</i>.</p>																																								
	<p>3. Identificar y construir sucesiones ascendentes o descendentes.</p>																																									
	<p>4. Plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones.</p>	<p>😊 El número favorito de Nery Brenes es el último número de la décima fila en la siguiente tabla (suponiendo que continúa el patrón de números).</p> <table border="1" data-bbox="894 774 1292 1096"> <thead> <tr> <th>Fila 1</th> <th>Fila 2</th> <th>Fila 3</th> <th>Fila 4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td></td><td>8</td><td>8</td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td>10</td><td>10</td><td>10</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>12</td><td>12</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>14</td><td>14</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>16</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>18</td></tr> </tbody> </table>	Fila 1	Fila 2	Fila 3	Fila 4	2	2	2	2	4	4	4	4	6	6	6	6		8	8	8		10	10	10			12	12			14	14				16				18
Fila 1	Fila 2	Fila 3	Fila 4																																							
2	2	2	2																																							
4	4	4	4																																							
6	6	6	6																																							
	8	8	8																																							
	10	10	10																																							
		12	12																																							
		14	14																																							
			16																																							
			18																																							
<p>Expresiones matemáticas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Signo de Igualdad • Representación de cantidades 	<p>5. Identificar dos expresiones matemáticas que son iguales.</p> <p>6. Reconocer el significado de “ = ”</p> <p>7. Representar cantidades en situaciones diversas utilizando la escritura de expresiones matemáticas.</p> <p>8. Plantear y resolver problemas contextualizados aplicando la representación de cantidades.</p>	<p>▲ Se pueden plantear problemas como el siguiente:</p> <p>😊 Alicia tiene 2 bolsas con 3 galletas de avena cada una y su prima Ana tiene 3 bolsas con 2 galletas cada una. ¿Cuál de las dos tiene más galletas?</p> <p>▲ Proponga por ejemplo operaciones del tipo: $15 + 3 = 20 - 2$, donde cada estudiante identifique que lo que se coloque a la izquierda y a la derecha del signo “ = ” son iguales en valor o cantidad.</p> <p>▲ Es importante interiorizar el signo de igualdad como un símbolo de equivalencia y equilibrio.</p>  <p>Imagen cortesía de FreeDigitalPhotos.net</p>																																								

<p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tablas • Valor faltante 	<p>9. Representar tabularmente relaciones entre números y operaciones.</p> <p>10. Identificar el número que falta en una tabla.</p>	<p>😊 En el bolsillo del pantalón me encontré dos monedas de veinticinco colones y tres monedas de diez colones. Estas cantidades pueden expresarse matemáticamente por</p> $25 + 25 + 10 + 10 + 10$ <p>▲ Por ejemplo, que cada estudiante plantee y resuelva un problema que corresponda a la siguiente representación de cantidades:</p> $7 + 7 + 7 + 5$
	<p>11. Plantear y resolver problemas que involucran valores faltantes en una tabla o expresión matemática.</p>	<p>▲ En el programa de estudio 2005 se resolvieron ejercicios de igualación, en las cuales se desconocía uno de sus elementos, aplicando multiplicaciones cuyo producto sea hasta 30, en el segundo año. En este sentido, aparece implícito el concepto de variable como un valor faltante en una expresión matemática.</p> <p>👤 ⚙️ Es importante que cada estudiante argumente la estrategia utilizada en el planteo o en la resolución del problema. Esto favorece el proceso de <i>Razonar y argumentar</i>. Además, es fundamental que el proceso de comunicación ocurra en un ambiente de respeto a las ideas de las otras personas, lo que favorece la <i>Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz</i>.</p> <p>😊 ¿Cuál es el número que cubre cada delfín, suponiendo que cada uno de ellos cubre un mismo número en la figura que sigue?</p> $\text{delfín} + \boxed{10} + \text{delfín} = 22$
<p>Representaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recta numérica 	<p>12. Representar sumas y restas en la recta numérica.</p>	<p>▲ Se puede proponer ejemplos donde cada estudiante localice diferentes representaciones de cantidades:</p> <p>$550 + 20 =$</p>  <p>A number line starting at 550 and ending at 575, with tick marks every 5 units. Four curved arrows above the line show jumps of 5 units each, starting from 550 and ending at 555, 560, 565, and 570.</p> <p>$950 - 75 =$</p>  <p>A number line starting at 850 and ending at 975, with tick marks every 5 units. Three curved arrows above the line show jumps of 25 units each, starting from 950 and ending at 925, 900, and 875.</p>

Primer ciclo, Estadística y Probabilidad

Observaciones

Para primer año

El programa de transición 2013 para primer año es el mismo nuevo. Este programa introduce conocimientos relacionados con datos cualitativos y cuantitativos, variabilidad, resultados aleatorios y resultados seguros, que no aparecen en los programas anteriores; no se ve lo relacionado con gráficas de barras.

Para segundo año

En el nuevo programa aparecen los conocimientos variabilidad, frecuencia, moda, más probable, menos probable, que no están en el programa anterior en este nivel. En este programa de transición se introduce para este año la habilidad “utilizar la observación y la interrogación para recolectar datos” que está en primer año en el programa aprobado.

Para tercer año

En el nuevo programa aparecen los conocimientos moda, máximo y mínimo de un grupo de datos, resultados de un experimento, que no están en el programa anterior en este nivel. Sin embargo, para este plan de transición, no aparece en tercero la moda, máximo y mínimo. Se introduce la habilidad “identificar diferencias entre situaciones aleatorias y seguras en diferentes situaciones del contexto” que aparece en años previos en el nuevo programa. También está en el nuevo programa, pero no en este programa de transición “representar los posibles resultados de un experimento o situación aleatoria simple por enumeración o mediante diagramas”.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán tener los estudiantes en *Estadística y Probabilidad* al finalizar el Primer ciclo son:

- Identificar información cuantitativa y cualitativa que se genera por medio de distintas fuentes en la sociedad e interpretar el mensaje que suministra.
- Reconocer el papel del dato como unidad básica para el tratamiento de información.
- Identificar la variabilidad en los datos como la principal fuente de análisis dentro de los estudios estadísticos.
- Utilizar diferentes estrategias para el proceso de recolección de información, resumen tabular y gráfico de un conjunto de datos.
- Responder interrogantes del contexto que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos.
- Identificar situaciones aleatorias dentro de la cotidianidad y eventos asociados con ellas.
- Clasificar eventos en más o menos probables según corresponda.
- Resolver problemas donde se utilicen elementos del área de Estadística y Probabilidad.

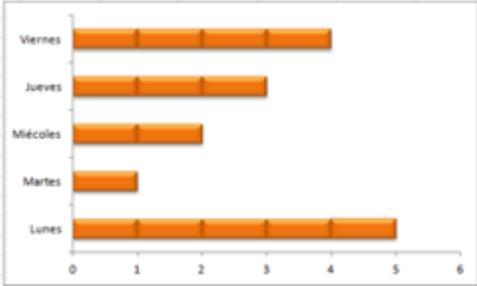
Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

1 ^{er} Año																						
Estadística																						
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales																				
<p>El Dato</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso • Datos cuantitativos • Datos cualitativos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar datos dentro del contexto estudiantil (aula, escuela, hogar, comunidad, etc.) 2. Clasificar datos en cuantitativos o cualitativos. 	<p>▲ Para iniciar el proceso, se requiere enfrentar a cada estudiante con información que le rodea y que es objeto de estudio. Para ello, se recomienda realizar algunas preguntas que generen datos. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Cuántos grupos de primer año tiene la escuela? b. ¿Cuál es el precio de un litro de leche? c. ¿Cuáles son los medios de transporte que utilizan las y los estudiantes para llegar a la escuela? d. ¿Cuántas personas habitan en la casa de cada estudiante? e. ¿Cuál es la mascota preferida de la profesora o profesor? <p>Con lo anterior, se pretende familiarizar en el uso de datos cuantitativos y cualitativos que se generan cotidianamente. Se sugiere enfatizar en la importancia de comprender la información que proporcionan esos datos.</p> <p>▲ Se procura identificar de qué manera cada estudiante percibe la información que les rodea. A partir de estas percepciones se deben plantear interrogantes para motivar la importancia de los datos y el mensaje que comunican.</p>																				
<p>La variabilidad de los datos</p>	<ol style="list-style-type: none"> 3. Valorar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos. 	<p>▲ Para identificar la variabilidad de los datos, la actividad estudiantil debe estar vinculada con datos generados en el mismo contexto, de manera que identifiquen la variabilidad que presentan y los efectos que esta variabilidad produce en el proceso de análisis de la información.</p> <p> Suponga que se desea conocer para los miembros del grupo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Cuántos hermanos tiene cada uno? b. ¿Cuál es la mascota preferida? c. ¿Cuál es el color del pantalón o enagua que utilizan para asistir a la escuela? <p>▲ Para determinar los datos que ayudan a responder las interrogantes, se puede pasar una lista de clase con tres columnas adicionales para que cada estudiante aporte la información personal relacionada con las respuestas:</p> <table border="1" data-bbox="820 1690 1372 1843"> <thead> <tr> <th>Nombre</th> <th>No. de Hermanos</th> <th>Mascota preferida</th> <th>Color de Pantalón o enagua</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Manolín</td> <td>3</td> <td>Perro</td> <td>Azul</td> </tr> <tr> <td>Mafalda</td> <td>1</td> <td>Conejo</td> <td>Azul</td> </tr> <tr> <td>Felpín</td> <td>0</td> <td>Perro</td> <td>Azul</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <p>▲ Con la información recabada, se plantean las siguientes interrogantes:</p>	Nombre	No. de Hermanos	Mascota preferida	Color de Pantalón o enagua	Manolín	3	Perro	Azul	Mafalda	1	Conejo	Azul	Felpín	0	Perro	Azul
Nombre	No. de Hermanos	Mascota preferida	Color de Pantalón o enagua																			
Manolín	3	Perro	Azul																			
Mafalda	1	Conejo	Azul																			
Felpín	0	Perro	Azul																			
...																			

		<p>a. ¿Se obtiene la misma respuesta en todos los casos para cada pregunta?</p> <p>b. ¿Cuáles de los datos generados se parecen más entre sí?</p> <p>c. ¿En cuál de los grupos de datos es más fácil dar respuesta a la pregunta original?</p> <p>▲ En el proceso de clausura, se debe indicar que esta variabilidad que presentan las respuestas y que generan datos diferentes hace necesario establecer estrategias para clasificar y resumir estos datos para tener así una mejor comprensión de esa variación de acuerdo con la interrogante que originó el problema.</p> <p>▲ Se busca que cada estudiante pueda identificar la variabilidad de los datos, como aquella característica que los hace distintos unos de otros, vinculando este concepto con sus creencias sobre el principio de las diferencias entre objetos, las plantas, los animales y las personas.</p>
<p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observación • Interrogación <p>Presentación de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • Frecuencia 	<p>4. Utilizar la observación y la interrogación para recolectar datos.</p> <p>5. Emplear la frecuencia absoluta de los datos repetidos para agruparlos.</p>	<p> En este proceso conviene iniciar recolectando datos por medio de la observación simple o la interrogación. Para ello se puede plantear situaciones referidas a las y los estudiantes:</p> <p>a. ¿Cuál es el color predominante de los bolsos utilizados para llevar sus útiles escolares?</p> <p>b. Al analizar el primer nombre de cada estudiante del grupo y contar el número de letras que incluye ¿Cuál es el número de letras que más se repite?</p> <p>c. ¿Cuáles son los deportes preferidos?</p> <p>▲ Para contar con información que permita responder estas preguntas, se debe motivar a las y los estudiantes para que formulen estrategias que permitan recolectar los datos.</p> <p>Para las primeras dos interrogantes deben hacer uso de la observación para recabar los datos de cada quién, mientras que en la pregunta c. deben preguntar a cada estudiantes cuál es su deporte preferido.</p> <p>▲ Una vez agrupados y ordenados los datos, se pide ofrecer las respuestas correspondientes a los problemas que originaron el estudio, empleando argumentos que justifiquen sus respuestas.</p> <p> En todo el ciclo, las actividades propuestas requieren ser muy dinámicas para fortalecer el proceso de <i>Comunicar</i>. También es deseable promover la generación de estrategias para la clasificación y caracterización de la información, despertando el interés por representar los datos. Además está presente el proceso de razonar y argumentar, el cual se activa en el momento que los estudiante empleen argumentos que justifiquen sus respuestas.</p>

1 ^{er} Año		
Probabilidad		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Situaciones <ul style="list-style-type: none"> • Aleatorias • Seguras 	1. Identificar diferencias entre situaciones cuyo resultado sea aleatorio de aquellas cuyo resultado es conocido o seguro.	 Se recomienda formular situaciones u organizar juegos en los cuales se puedan establecer diferencias claras entre situaciones aleatorias o inciertas y situaciones seguras. Por ejemplo : <ol style="list-style-type: none"> a. Solicitar que dos estudiantes jueguen “Zapatito cochinito cambia de piecito” varias veces y siempre iniciando con la misma persona. b. Repetir la experiencia pero ahora con el juego “Piedra-papel-tijera”. <p>Preguntar: ¿cuál de los juegos presenta más variación en el ganador?, ¿por qué será que se presenta esta variación?, ¿a qué conclusiones se puede llegar?</p> <p>Se espera que logren identificar que en el primer juego siempre gana la misma persona, por lo que corresponde a una situación o juego cuyo resultado es conocido sin necesidad de llevarlo a la práctica. Por su parte, debido a que el segundo presenta variaciones, el resultado del ganador solamente se conoce al llevar a cabo la experiencia. Se debe aprovechar los resultados para introducir intuitivamente los conceptos de eventos seguros y eventos aleatorios.</p> <p>▲ Para reforzar los resultados anteriores, y motivar hacia la identificación de situaciones seguras y aleatorias en la cotidianidad estudiantil, se deben plantear problemas de reproducción del conocimiento adquirido, por ejemplo:</p>  Se elige una persona cualquiera de la lista y se desea: <ol style="list-style-type: none"> a. Determinar el color de su bolso escolar. b. Determinar el color de su camisa o blusa. <p>¿Cuál de las situaciones es aleatoria? (Hay que tomar en cuenta que el ejemplo es válido si el color de todas las camisas o blusas es el mismo, debido al uso de uniforme escolar).</p> <p>▲ Conviene plantear más problemas vinculados con el tema para que logren diferenciar entre una situación segura y una aleatoria.</p>

2° Año		
Estadística		
Conceptos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>El dato</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso • Datos cuantitativos • Datos cualitativos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar datos cuantitativos y cualitativos en diferentes contextos. 2. Interpretar información que ha sido resumida en dibujos, diagramas, cuadros y gráficos. 	<p>▲ Además de situaciones vinculadas con la cotidianidad, conviene plantear situaciones que incorporen datos relacionados con la información que aparece en periódicos, revistas o Internet. Por ejemplo, comparar el precio de algunos productos de la feria del agricultor en dos fines de semana. Se recomienda enfatizar en el mensaje que los datos proporcionan, por ejemplo identificar si el precio de las papas subió o bajó durante esta semana, así también con otros productos.</p> <p> Planear situaciones vinculadas con datos dentro de la cotidianidad, por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Cuál es precio de un determinado producto en diferentes negocios (por ejemplo un litro de leche)? b. ¿Cuáles son los medios de transporte utilizados por los estudiantes? c. ¿Cuántas personas viven en el hogar de cada estudiante? <p>En la lección previa a tratar el tema, se pide a cada estudiante que consulte por el precio del litro de leche en el negocio más cercano a su casa y que lo anoten en sus cuadernos junto con el medio de transporte que utilizan para trasladarse a la escuela (bus particular, bus o buseta privada, vehículo propio o de un vecino, caminando, entre otros), así como el número de personas que residen en la vivienda.</p> <p>Con lo anterior, se pretende familiarizar en el uso de datos cuantitativos y cualitativos que se generan cotidianamente. Se sugiere enfatizar en la importancia de comprender la información que proporcionan esos datos.</p> <p>▲ Se procura identificar de qué manera cada estudiante percibe la información que les rodea. A partir de estas percepciones se deben plantear interrogantes para motivar la importancia de los datos y el mensaje que comunican.</p> <p>▲ Para complementar lo anterior, conviene analizar ejemplos que incorporen datos relacionados con la información que aparece en periódicos, revistas o Internet. Por ejemplo: comparar el precio de algunos productos de la feria del agricultor en dos fines de semana. Se recomienda enfatizar en el mensaje que los datos proporcionan, por ejemplo, identificar si el precio de las papas subió o bajó durante esta semana, así también otros productos.</p> <p>▲ Se recomienda también incluir ejemplos como el siguiente en el cual se pide que analicen el gráfico:</p> <p> La maestra de un grupo de segundo año de cierta escuela vecina, estaba preocupada por el número ausencias que estaba presentando en el grupo. Para entender mejor el problema utilizó la información sobre ausencias de la semana anterior y</p>

		<p>elaboró el siguiente gráfico:</p> <p>Número de ausencias de estudiantes por día, ocurridos la semana anterior en cierto grupo de 2° Año</p>  <p>Con la información que se presenta, responda las siguientes interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ¿Cuántas ausencias se presentaron la semana anterior? 2) ¿En qué día de la semana se ausentaron más estudiantes? 3) ¿En qué momento durante la semana se ausentan más los estudiantes al inicio de la semana o al final de la semana? <p>Con el problema anterior se pretende favorecer la interpretación de información que ha sido representada por medio de técnicas visuales como dibujos, diagramas, cuadros y gráficos sencillos que hayan sido publicados en libros, periódicos, Internet u otros, o que se elaboren exclusivamente para ayudar a los estudiantes a interpretar la información que suministran. No se pretende todavía entrar en procesos de elaboración de esos instrumentos, simplemente se busca favorecer la interpretación.</p> <p> Es importante enfatizar que los cuadros, gráficos, diagramas, entre otros, son formas de resumir y representar los datos. Se requiere realizar una adecuada lectura de la información que comunican.</p>
<p>La variabilidad de los datos</p> <p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observación • Interrogación 	<ol style="list-style-type: none"> 3. Utilizar la observación y la interrogación para recolectar datos. 4. Identificar la variabilidad de los datos como componente básico dentro de los análisis de la información. 	<p>▲ Los procesos de recolección de información constituyen una de las principales etapas de los análisis estadísticos, por ello se deben generar problemas que les obligue a buscar estrategias para recabar los datos. El siguiente problema permite poner en práctica la interrogación.</p> <p> Solicitar que busquen respuestas a las siguientes interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Determine los deportes preferidos de las y los estudiantes del grupo b. ¿Cuáles son las frutas preferidas de los estudiantes del grupo? c. ¿Cuáles son los colores de zapatos predominantes entre las y los estudiantes del grupo?

▲ Las y los estudiantes deben buscar la estrategia para recolectar dicha información necesaria para recolectar información que permita responder estas preguntas. Deben establecer estrategias para la recolección, que les va a implicar consultar a sus compañeros u observar la característica sobre la que se desea tener información. Por ejemplo, para las primeras dos preguntas los datos pueden ser recabados mediante la consulta a las y los compañeros, pero para la tercera pueden ser obtenidos por observación.

Además deben organizar la información de modo que sea comprensible y se pueda analizar. Por ejemplo, con una lista de clase se puede escribir al lado el dato correspondiente a cada estudiante.

Número	Nombre	Deporte	Fruta	Color de zapato
1	Abarca Lewis Manolín	Ciclismo	Mango	Negro
2	Álvarez Moín Libertad	Baloncesto	Banano	Negro
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Para evidenciar la importancia de la variabilidad, se les pide que resuman los datos obtenidos en cada conjunto para dar una respuesta a cada interrogante (a., b. y c.), de modo que puedan deducir que resulta más complejo llevar a cabo este análisis cuando los datos son más variables. Por ejemplo, para dar respuesta a las primeras dos preguntas, se requiere buscar alguna estrategia para resumir los datos obtenidos, mientras que en el caso del color del zapato, posiblemente sea negro en todos los casos (por ser parte del uniforme), por ello se requiere evidenciar que entre más variabilidad tengan los datos, más complejo resulta el análisis de la información transmiten. Por lo que la variabilidad de los datos es un elemento fundamental dentro de los análisis estadísticos.

Además la variabilidad está presente en todos los ámbitos, plantee la siguiente situación:



Considere la siguiente imagen.



Imagen con derechos adquiridos por el MEP

- a. ¿Qué características o elementos son variables o diferentes entre estos seis niños y niñas?

		<p>b. ¿Qué elementos tienen en común? Ahora, lea el siguiente párrafo:</p> <p style="text-align: center;"><i>Aprender a ser respetuoso en la diversidad</i></p> <p>Los niños deben aprender a amar a sus compañeros y a los demás, independientemente de su color de piel, de sus rasgos, de cómo es su pelo, si es chino, árabe o indígena, si habla otro idioma, y a respetar su cultura y sus tradiciones.</p> <p>Los niños deben saber que la diversidad nos trae riquezas de informaciones y de experiencias. Que podemos aprender mucho con las diferencias. En lugar de criticarlas, debemos aprender con ellas y darles su valor...</p> <p>¿Qué puede concluir de esta lectura?</p>  <p>El problema anterior muestra la importancia que tiene el comprender la variabilidad dentro del mundo actual. La diversidad cultural es un ejemplo de variabilidad entre personas. Es de esperar que ante la primera pregunta se identifiquen diferencias en el color de la piel y del cabello, forma de los ojos, vestimenta, entre muchas otras. En cuanto a las semejanzas, hay dos características claramente identificables: todos están alegres y todos son pequeños. De allí la importancia de insistir en el contenido del texto. Este es un ejemplo de cómo introducir el eje transversal <i>Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz</i>.</p>												
<p>Representación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabular: cuadros de frecuencia. 	<ol style="list-style-type: none"> 5. Agrupar datos por medio de la frecuencia de repeticiones. 6. Resumir los datos por medio de cuadros que incluyan frecuencias absolutas. 7. Utilizar la moda de un grupo de datos para resumir e interpretar información. 8. Utilizar los análisis estadísticos para comunicar y argumentar respuestas a interrogantes que surgen de los problemas planteados. 	<p>▲ Ante un problema en el que se requiere recolectar datos para su resolución, los datos deben ser ordenados y clasificados tomando en consideración la frecuencia o número de repeticiones para cada una de las respuestas u observaciones realizadas. Por ejemplo, para resumir la información recabada sobre el de-por-te preferido de las y los estudiantes del grupo, se recomienda el empleo de cuadros, tal como se muestra seguidamente:</p> <table border="1" data-bbox="911 1312 1284 1541"> <thead> <tr> <th colspan="2">Deporte preferido por las y los estudiantes</th> </tr> <tr> <th>Deporte</th> <th>No. de estudiantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Natación</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Ciclismo</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Se puede preguntar, ¿cuál o cuáles son los valores que más se repiten en cada caso?</p> <p>▲ El proceso debe concluir con un análisis de la información resumida en el cuadro y en el significado de la moda, en procura de ofrecer argumentos sólidos que den respuesta a cada una de las interrogantes que originó el problema. Es conveniente combinar problemas que incluyan datos cuantitativos como el siguiente:</p>  <p>Buscar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Es cierto que el número de letras del primer nombre de la mayoría de</p>	Deporte preferido por las y los estudiantes		Deporte	No. de estudiantes	Natación	3	Ciclismo	5	⋮	⋮	Total	
Deporte preferido por las y los estudiantes														
Deporte	No. de estudiantes													
Natación	3													
Ciclismo	5													
⋮	⋮													
Total														

		<p>estudiantes del grupo está entre cinco y ocho? (la mayoría significa más de la mitad).</p> <p>▲ Se espera que realicen un análisis parecido al efectuado previamente.</p> <p> Observe que con este tipo de actividades se promueven importantes procesos. En primero lugar, el uso de <i>representaciones</i> por medio de cuadros o mediante datos concretos como la frecuencia de los datos, <i>comunicar</i> ideas mediante el análisis de la información y <i>argumentar</i> con datos al momento de ofrecer una respuesta a un problema.</p>
--	--	---

2do Año		
Probabilidad		
Conceptos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Situaciones o experimentos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aleatorios • Seguras 	<p>1. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y seguras en diferentes situaciones del contexto.</p>	<p>▲ Se recomienda formular situaciones u organizar juegos en los cuales se puedan establecer diferencias claras entre situaciones aleatorias y las seguras. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Solicitar que dos estudiantes jueguen “<i>De tin marín de do pingüé...</i>” b. Repetir la experiencia pero ahora con el juego “Piedra-papel-tijera”. <p>Preguntar a cada estudiante: ¿cuál de los juegos presenta más variabilidad al momento de determinar el ganador?, ¿por qué será que se presenta esta variabilidad?, ¿a qué conclusiones se puede llegar?</p> <p>Se espera que ellos logren identificar que en el primer caso siempre gana el mismo estudiante y en el segundo el ganador presenta variaciones.</p> <p>Para ello, se debe ejemplificar la existencia de situaciones aleatorias, en las cuales no es posible conocer el resultado a no ser que se realice el experimento correspondiente, por ejemplo al jugar “piedra-papel-tijera” no se tiene claridad quién va a ganar, para saberlo hay que jugar. Por otro lado, en las situaciones seguras es posible conocer previamente el resultado sin necesidad de llevar a cabo la experiencia, por ejemplo al jugar “zapatito cochinito cambia de piccito” se puede saber quién va a ganar sin llevar a cabo el juego.</p> <p>▲ Para evidenciar mejor estas ideas se puede solicitar que identifiquen entre situaciones aleatorias y seguras; para ello se puede incorporar ejemplos de la cotidianidad donde los estudiantes deban clasificarlas. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. El resultado obtenido al lanzar un dado. b. El costo de comprar tres kilos de arroz, si el precio por kilo es de 1100 colones. c. La condición de lluvia el día del cumpleaños d. La hora a la que el timbre suena para salir a recreo <p>Se pueden utilizar los conceptos de situación o experimento como sinónimos.</p>

<p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Seguro • Probable • Imposible • Más probables y menos probables 	<p>2. Describir resultados seguros, probables o imposibles según corresponda a una situación particular.</p> <p>3. Identificar resultados o eventos más probables o menos probables en situaciones aleatorias pertenecientes a diferentes contextos.</p>	<p>▲ Debido a la importancia que tiene el concepto de probabilidad, es necesario iniciar esta etapa con la identificación de las creencias. Primeramente se recomienda iniciar con el análisis de los términos <i>probable</i>, <i>imposible</i> y <i>seguro</i>. Se puede realizar una lluvia de ideas para generalizar el conocimiento sobre esos términos.</p> <p>Para familiarizar sobre el concepto de probable se puede plantear la siguiente situación:</p> <p>😊 Considere la siguiente frase:</p> <p><i>Científicos han determinado que los fumadores tienen más probabilidad de enfermarse que los no fumadores.</i></p> <p>¿Cuál es el significado de esa frase? ¿Qué mensaje se puede extraer?</p> <p> En este tipo de situaciones es importante no solamente enfocarse en discutir el término probable, sino también el mensaje que proyecta el párrafo, en función del eje transversal <i>Educación para la Salud</i>.</p> <p>▲ En el proceso de clausura de la actividad, se debe generalizar la idea de que una situación es más probable que otra si tiene más posibilidad de ocurrir, o sea ocurre con mayor regularidad.</p> <p>▲ Luego que se ha logrado una puesta en común en el grupo, se puede ejemplificar su uso en situaciones aleatorias. Por ejemplo, trabajando en subgrupos, pedirles que experimenten lanzando varias veces un dado numerado de 1 a 6 tal como se indica:</p> <p></p> <p>😊 Lanzar varias veces el dado y anotar el número de puntos que se obtiene en cada caso. Al considerar el número de puntos obtenido, determinar:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Un evento seguro. b. Un evento imposible. c. Un evento probable. <p>▲ Para complementar el proceso, es importante aprovechar el aprendizaje adquirido para identificar situaciones más probables o menos probables dentro del contexto estudiantil. Por ejemplo, para utilizar el conocimiento que tienen sobre época seca y época lluviosa se puede consultar:</p> <p>😊 ¿En qué mes es más probable que llueva, el día del cumpleaños de una persona, en marzo o en octubre? Justifique la respuesta.</p> <p>▲ La respuesta va a depender de la región del país donde se viva, pero con la respuesta correcta se puede orientar sobre la</p>
--	--	--

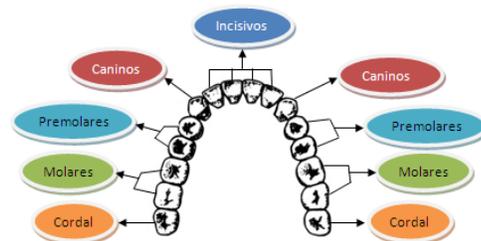
		noción de probabilidad. Es oportuno plantear ejemplos similares para que identifiquen eventos más probables o menos probables.
--	--	--

3 ^{er} Año																																																																																																																																																																						
Estadística																																																																																																																																																																						
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales																																																																																																																																																																				
<p>El dato</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso • Datos cuantitativos • Datos cualitativos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar datos dentro del contexto estudiantil (aula, escuela, hogar, comunidad, etc.) 2. Identificar datos cuantitativos y cualitativos en diferentes contextos. 3. Interpretar información que ha sido resumida en textos, dibujos, diagramas, cuadros y gráficos. 	<p>▲ Planear situaciones vinculadas con datos dentro de la cotidianidad de los estudiantes, por ejemplo: ¿Cuál es precio de un determinado producto en diferentes negocios? o ¿Cuáles son los medios de transporte utilizados por los estudiantes?</p> <p>Además enfatizar en los datos que se publican en los medios de comunicación; por ejemplo: estado del clima y temperatura por región, información sobre deportes, precios de productos, precios de compra y venta del dólar o euro, resultados de la Lotería Nacional, resultados de encuestas, entre otros. Por ejemplo:</p> <p>☺ Considere la información del siguiente cuadro cuya información fue publicado en un periódico nacional.</p> <p style="text-align: center;">Precio de productos en la Feria del Agricultor Sábado 2 de abril del 2011</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Producto</th> <th></th> <th>Actual</th> <th>Semana anterior</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Coco</td><td>Und</td><td>325</td><td>325</td></tr> <tr><td>Camote</td><td>Kg</td><td>600</td><td>675</td></tr> <tr><td>Vainica</td><td>Kg</td><td>400</td><td>475</td></tr> <tr><td>Lechuga americana</td><td>Und</td><td>240</td><td>250</td></tr> <tr><td>Sandía</td><td>Kg</td><td>275</td><td>275</td></tr> <tr><td>Tomate</td><td>Kg</td><td>400</td><td>500</td></tr> <tr><td>Yuca parafinada</td><td>Kg</td><td>350</td><td>350</td></tr> <tr><td>Maracuyá</td><td>Kg</td><td>800</td><td>775</td></tr> <tr><td>Mora</td><td>Kg</td><td>1.300</td><td>1.300</td></tr> <tr><td>Papa</td><td>Kg</td><td>650</td><td>650</td></tr> <tr><td>Cebolla seca</td><td>Kg</td><td>430</td><td>375</td></tr> <tr><td>Colastro castilla</td><td>Rolló</td><td>100</td><td>100</td></tr> <tr><td>Huevos</td><td>Kg</td><td>1.100</td><td>1.100</td></tr> <tr><td>Frijol tierno</td><td>Kg</td><td>1.750</td><td>1.750</td></tr> <tr><td>Nampi</td><td>Kg</td><td>600</td><td>600</td></tr> <tr><td>Apio verde</td><td>Kg</td><td>500</td><td>475</td></tr> <tr><td>Cebolla trenza</td><td>Kg</td><td>450</td><td>375</td></tr> <tr><td>Chayote tierno criollo</td><td>Und</td><td>225</td><td>200</td></tr> <tr><td>Papaya</td><td>Kg</td><td>400</td><td>425</td></tr> <tr><td>Limón ácido mandarino</td><td>Und</td><td>85</td><td>85</td></tr> <tr><td>Lechuga criolla</td><td>Und</td><td>200</td><td>200</td></tr> <tr><td>Tiquizque</td><td>Kg</td><td>600</td><td>600</td></tr> <tr><td>Elote</td><td>Und</td><td>125</td><td>120</td></tr> <tr><td>Ayote tierno</td><td>Und</td><td>375</td><td>425</td></tr> <tr><td>Pistano</td><td>Und</td><td>120</td><td>120</td></tr> <tr><td>Repollo verde</td><td>Kg</td><td>260</td><td>260</td></tr> <tr><td>Zanahoria</td><td>Kg</td><td>350</td><td>320</td></tr> <tr><td>Ayote sazón</td><td>Kg</td><td>400</td><td>400</td></tr> <tr><td>Fresa</td><td>Canast</td><td>300</td><td>340</td></tr> <tr><td>Piña</td><td>Und</td><td>675</td><td>650</td></tr> <tr><td>Brócoli</td><td>Kg</td><td>1.050</td><td>900</td></tr> <tr><td>Naranja</td><td>Und</td><td>45</td><td>45</td></tr> <tr><td>Yuca corriente</td><td>Kg</td><td>325</td><td>325</td></tr> <tr><td>Chayote sazón blanco</td><td>Und</td><td>350</td><td>250</td></tr> <tr><td>Banano</td><td>Und</td><td>26</td><td>26</td></tr> <tr><td>Coliflor</td><td>Und</td><td>425</td><td>425</td></tr> <tr><td>Zapallo</td><td>Und</td><td>250</td><td>300</td></tr> <tr><td>Chile dulce</td><td>Und</td><td>150</td><td>135</td></tr> <tr><td>Pepino</td><td>Kg</td><td>400</td><td>470</td></tr> <tr><td>Remolacha</td><td>Und</td><td>200</td><td>200</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">Fuente: http://www.nacion.com/2011-04-02/Economia</p>	Producto		Actual	Semana anterior	Coco	Und	325	325	Camote	Kg	600	675	Vainica	Kg	400	475	Lechuga americana	Und	240	250	Sandía	Kg	275	275	Tomate	Kg	400	500	Yuca parafinada	Kg	350	350	Maracuyá	Kg	800	775	Mora	Kg	1.300	1.300	Papa	Kg	650	650	Cebolla seca	Kg	430	375	Colastro castilla	Rolló	100	100	Huevos	Kg	1.100	1.100	Frijol tierno	Kg	1.750	1.750	Nampi	Kg	600	600	Apio verde	Kg	500	475	Cebolla trenza	Kg	450	375	Chayote tierno criollo	Und	225	200	Papaya	Kg	400	425	Limón ácido mandarino	Und	85	85	Lechuga criolla	Und	200	200	Tiquizque	Kg	600	600	Elote	Und	125	120	Ayote tierno	Und	375	425	Pistano	Und	120	120	Repollo verde	Kg	260	260	Zanahoria	Kg	350	320	Ayote sazón	Kg	400	400	Fresa	Canast	300	340	Piña	Und	675	650	Brócoli	Kg	1.050	900	Naranja	Und	45	45	Yuca corriente	Kg	325	325	Chayote sazón blanco	Und	350	250	Banano	Und	26	26	Coliflor	Und	425	425	Zapallo	Und	250	300	Chile dulce	Und	150	135	Pepino	Kg	400	470	Remolacha	Und	200	200
Producto		Actual	Semana anterior																																																																																																																																																																			
Coco	Und	325	325																																																																																																																																																																			
Camote	Kg	600	675																																																																																																																																																																			
Vainica	Kg	400	475																																																																																																																																																																			
Lechuga americana	Und	240	250																																																																																																																																																																			
Sandía	Kg	275	275																																																																																																																																																																			
Tomate	Kg	400	500																																																																																																																																																																			
Yuca parafinada	Kg	350	350																																																																																																																																																																			
Maracuyá	Kg	800	775																																																																																																																																																																			
Mora	Kg	1.300	1.300																																																																																																																																																																			
Papa	Kg	650	650																																																																																																																																																																			
Cebolla seca	Kg	430	375																																																																																																																																																																			
Colastro castilla	Rolló	100	100																																																																																																																																																																			
Huevos	Kg	1.100	1.100																																																																																																																																																																			
Frijol tierno	Kg	1.750	1.750																																																																																																																																																																			
Nampi	Kg	600	600																																																																																																																																																																			
Apio verde	Kg	500	475																																																																																																																																																																			
Cebolla trenza	Kg	450	375																																																																																																																																																																			
Chayote tierno criollo	Und	225	200																																																																																																																																																																			
Papaya	Kg	400	425																																																																																																																																																																			
Limón ácido mandarino	Und	85	85																																																																																																																																																																			
Lechuga criolla	Und	200	200																																																																																																																																																																			
Tiquizque	Kg	600	600																																																																																																																																																																			
Elote	Und	125	120																																																																																																																																																																			
Ayote tierno	Und	375	425																																																																																																																																																																			
Pistano	Und	120	120																																																																																																																																																																			
Repollo verde	Kg	260	260																																																																																																																																																																			
Zanahoria	Kg	350	320																																																																																																																																																																			
Ayote sazón	Kg	400	400																																																																																																																																																																			
Fresa	Canast	300	340																																																																																																																																																																			
Piña	Und	675	650																																																																																																																																																																			
Brócoli	Kg	1.050	900																																																																																																																																																																			
Naranja	Und	45	45																																																																																																																																																																			
Yuca corriente	Kg	325	325																																																																																																																																																																			
Chayote sazón blanco	Und	350	250																																																																																																																																																																			
Banano	Und	26	26																																																																																																																																																																			
Coliflor	Und	425	425																																																																																																																																																																			
Zapallo	Und	250	300																																																																																																																																																																			
Chile dulce	Und	150	135																																																																																																																																																																			
Pepino	Kg	400	470																																																																																																																																																																			
Remolacha	Und	200	200																																																																																																																																																																			

Clasifique los productos en tres categorías: Los que subieron de precio, los que bajaron de precio y los que mantuvieron el precio.

Con estas actividades se busca que el estudiante se familiarice con información numérica (o cuantitativa) o no numérica (o cuantitativa) que se encuentra en su contexto, además que es importante poder tener una adecuada comprensión del significado de esa información.

Analice las siguientes figuras, que corresponden a la boca de una persona adulta:



Con base en las figuras determinen

- 1) ¿Cuántos dientes de cada tipo debe tener un adulto?
- 2) El número total de dientes que debe tener una persona adulta.
- 3) El número de dientes que tiene cada uno de los integrantes del subgrupo

Con los problemas anteriores se pretende favorecer la interpretación de información que ha sido representada por medio de técnicas visuales como dibujos, diagramas, cuadros y gráficos sencillos que hayan sido publicados en libros, periódicos, Internet u otros, o que se elaboren exclusivamente para ayudar a los estudiantes a interpretar la información que suministran. En este apartado se busca favorecer la interpretación de la información que comunica cada representación.

<p>La variabilidad de los datos</p> <p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observación • Interrogación 	<p>4. Utilizar la observación y la interrogación para recolectar datos.</p> <p>5. Identificar la variabilidad de los datos como componente básico dentro de los análisis de la información.</p>	<p>▲ Los procesos de recolección de información constituyen una de las principales etapas de los análisis estadísticos, por ello se deben generar problemas que les obligue a buscar estrategias para recabar los datos. El siguiente problema permite poner en práctica la interrogación.</p> <p> Resolver cada uno de los siguientes problemas :</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Es el fútbol el deporte preferido de las y los estudiantes del grupo? ¿Cuáles es la comida que predomina en el desayuno de las y los estudiantes? ¿Cuál es el color de pantalón o enagua que predomina entre las y los estudiantes del grupo? <p>▲ Se requiere buscar una estrategia que permita recolectar información que ayude a resolver cada problema. La mejor estrategia para responder las primeras dos interrogantes consiste en la interrogación, pero en el tercer caso basta con observar el color del pantalón o enagua utilizado.</p> <p>Para organizar la información que se va recabando, de modo que sea comprensible y se pueda analizar fácilmente, se puede recurrir a algún tipo de sistematización; por ejemplo, con una lista de clase se puede escribir al lado del nombre de cada estudiante los datos correspondientes.</p> <table border="1" data-bbox="779 997 1425 1249"> <thead> <tr> <th>Número</th> <th>Nombre</th> <th>Deporte</th> <th>Desayuno</th> <th>Color de pantalón o enagua</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Abarca Lewis Manolín</td> <td>Ciclismo</td> <td>Mango</td> <td>Azul</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Álvarez Moín Libertad</td> <td>Baloncesto</td> <td>Banan o</td> <td>Azul</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> </tbody> </table> <p>Para evidenciar la importancia de la variabilidad, se les pide que resuman los datos obtenidos en cada conjunto para dar una respuesta a cada interrogante, de modo que puedan deducir que resulta más complejo llevar a cabo este análisis cuando los datos son más variables. Por ejemplo, para dar respuesta a las primeras dos preguntas, se requiere buscar alguna estrategia para resumir los datos obtenidos, mientras que en el caso del color del pantalón o enagua, posiblemente sean del mismo color en todos los casos (por ser parte del uniforme), por ello cada se requiere evidenciar que entre más variabilidad tengan los datos, más complejo resulta el análisis de la información transmiten. Por lo que la variabilidad de los datos es un elemento fundamental dentro de los análisis estadísticos.</p> <p>Para que las y los estudiantes puedan ratificar que la variabilidad está presente en todos los ámbitos de la vida, se pueden plantear otros problemas. Por ejemplo, para un trabajo en subgrupos, puede plantear el siguiente problema:</p>	Número	Nombre	Deporte	Desayuno	Color de pantalón o enagua	1	Abarca Lewis Manolín	Ciclismo	Mango	Azul	2	Álvarez Moín Libertad	Baloncesto	Banan o	Azul	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Número	Nombre	Deporte	Desayuno	Color de pantalón o enagua																		
1	Abarca Lewis Manolín	Ciclismo	Mango	Azul																		
2	Álvarez Moín Libertad	Baloncesto	Banan o	Azul																		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮																		



Considere la siguiente imagen



Respondan cada una de las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué características o elementos son variables o diferentes entre los niños de cada una de las imágenes?
- 2) ¿Qué elementos tienen en común?

Ahora, lean el siguiente párrafo

Aprender a ser respetuoso en la diversidad

Los niños deben aprender a amar a sus compañeros y a los demás, independientemente de su color de piel, de sus rasgos, de cómo es su pelo, si es chino, árabe o indígena, si habla otro idioma, y a respetar su cultura y sus tradiciones.

Los niños deben saber que la diversidad nos trae riquezas de informaciones y de experiencias. Que podemos aprender mucho con las diferencias. En lugar de criticarlas, debemos aprender con ellas y darles su valor...

Fuente: Información tomada de la página Web:
<http://www.guiainfantil.com/1225/educar-en-valores-respeto-a-la-diversidad.html>

¿Qué pueden concluir de esta lectura y lo mostrado en la imagen?

▲ El problema anterior muestra la importancia que tiene el comprender la variabilidad dentro del mundo actual. La diversidad cultural es un ejemplo de variabilidad entre personas. En la actividad de clausura del problema, la o el docente debe enfocarse hacia este tema. Es de esperar que ante la primera pregunta identifiquen diferencias en el color de la piel, en la vestimenta, color y forma del cabello, en los ojos, entre muchas otras. En cuanto a las semejanzas, puede notarse que todos son niñas o niños, que están alegres, entre otras. De allí la importancia de insistir en el contenido del texto.



Este es un ejemplo de la forma en que la Estadística se puede conectar con los ejes transversales de los programas de estudio, en este caso con el tema *Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz*.

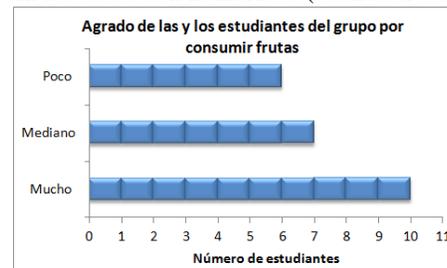
<p>Representación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabular: cuadros de frecuencia • Gráfica: barras 	<p>6. Resumir los datos por medio de cuadros que incluyan frecuencias absolutas o gráficos de barras.</p>	<p>▲ Se puede continuar con el análisis de los problemas planteados en la sección anterior o se pueden plantear nuevos problemas.</p> <p>😊 Resuelva los siguientes problemas:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuál es el color predominante de los bolsos utilizados por los estudiantes para llevar sus implementos escolares? Será verdad que más de la mitad de las y los estudiantes tiene menos de tres hermanos o hermanas? Determinar el nivel de agrado de los estudiantes por el consumo regular de frutas <p>▲ Los problemas planteados previamente deben implicar la identificación de la técnica de recolección que van a emplear y ejecutarla. Pero además, emplear estrategias para resumir la información recabada. Para el tercer problema, se puede definir el agrado en tres categorías (mucho, mediano y poco) y consultar a cada estudiantes con base en estas categorías. Este tipo de clasificación es importante pues corresponde a una escala, la cual es muy empleada en análisis estadísticos. En el problema a., mediante la observación deben anotar el color de cada uno de los bolsos, esta información debe organizarla de modo que a cada uno de los colores presentes anoten al lado el número de estudiantes que poseen un bolso de ese color, este concepto se denomina frecuencia. Para presentar la información se espera que construyan un cuadro o un gráfico:</p> <p style="text-align: center;">Color preferido en los bolsos de las y los estudiantes</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Color</th> <th>No. de estudiantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Rojo</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Azul</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Negro</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Por su parte con la información de las mandarinas, las frutas deben pelarse y contar la cantidad de gajos de cada una, luego resumir esta información anotando la frecuencia de veces que se repite cada número de gajos y luego resumir esta información por medio de un cuadro o gráfico de la siguiente manera:</p> <p style="text-align: center;">Número de hermanos de las y los estudiantes</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>No. de hermanos</th> <th>No. de estudiantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Por último, en relación con el agrado de los estudiantes por el</p>	Color	No. de estudiantes	Rojo	3	Azul	5	Negro	8	⋮	⋮	Total		No. de hermanos	No. de estudiantes	0	3	1	5	2	8	⋮	⋮	Total	
Color	No. de estudiantes																									
Rojo	3																									
Azul	5																									
Negro	8																									
⋮	⋮																									
Total																										
No. de hermanos	No. de estudiantes																									
0	3																									
1	5																									
2	8																									
⋮	⋮																									
Total																										

consumo de frutas, se requiere que consultar a cada estudiante si el agrado por el consumo de frutas es: mucho, mediano o poco. Los datos obtenidos deben ser resumidos con la frecuencia de cada una de estas categorías y luego presentadas en un cuadro o un gráfico:

Agrado de las y los estudiantes por el consumo de frutas

Agrado	No. de estudiantes
Mucho	16
Regular	8
Poco	4
Total	28

En cuanto a los gráficos se acostumbra utilizar barras horizontales si los datos son no numéricos (cualitativos) y verticales si los datos son numéricos (cuantitativos).



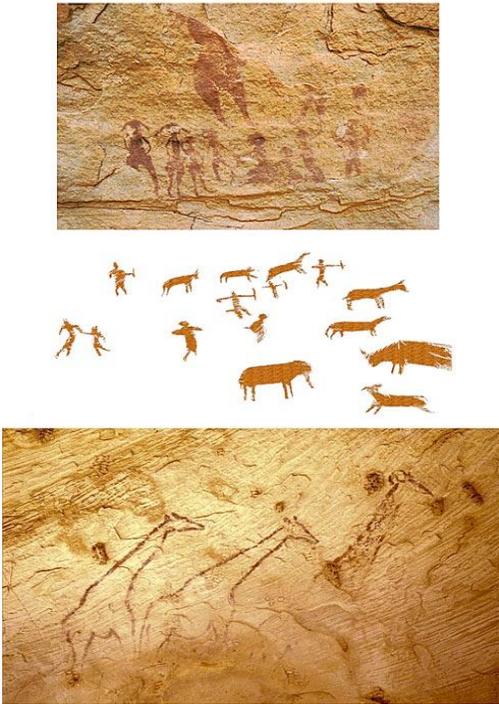
Una vez resumidos los datos por medio de representaciones tabulares o gráficas, se debe estimular la lectura o interpretación de la información que proporcionan en función del problema o interrogante que dio origen al análisis.

En cada uno de los problemas analizados, se debe hacer énfasis en ¿cuál o cuáles son los datos (numérico o no numérico) tiene una mayor frecuencia? A este concepto se le conoce como moda (en el sentido de que es el valor más común) y debe ser interpretado en función de cada problema.

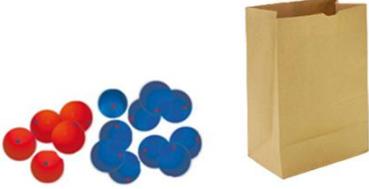
Del mismo modo, en el caso de los datos numéricos como el de las mandarinas, se puede pedir que identifiquen el número máximo y mínimo de gajos que se presentó, interpretados en función del problema.



Los dibujos corresponden a una forma de expresión que el ser humano utilizó antes de comunicarse mediante palabras. Estas imágenes las utilizaba como representaciones de lo que veía, y le servían como un medio de comunicación. Fue por medio de dibujos que se inició el proceso de articulación de imágenes para formar los primeros alfabetos. A continuación se presentan algunos de los dibujos que se han encontrado en cuevas, por medio de los cuales las antiguas civilizaciones procuraban dejar un mensaje sobre sus actividades y lo que observaban en la naturaleza.

		 <p>Tomado de: http://www.google.com</p> <p>⚙️ Observe que con este tipo de actividades se promueven importantes procesos. En primero lugar, el uso de <i>representaciones</i> tabulares, graficas o mediante datos concretos (moda, mínimo y el máximo), la <i>comunicación</i> de ideas mediante el análisis de la información y la <i>argumentación</i> al momento de ofrecer una respuesta a un problema en función del comportamiento de los datos recolectados.</p>
--	--	---

3^{er} Año		
Probabilidad		
Conceptos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Situaciones o experimentos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aleatorios • Seguras 	<p>1. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y seguras en diferentes situaciones del contexto.</p>	<p>▲ Se recomienda formular situaciones u organizar juegos en los cuales se puedan establecer diferencias claras entre situaciones aleatorias y las seguras. Por ejemplo, seleccionar seis estudiantes para que realicen los siguientes juegos:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Jugar varias veces “<i>de tin marín de do pigüé, cúcara, máracara títere fue, yo no fui, fue tete, pégale, pégale que ella fue</i>”, siempre iniciando con la misma persona y mantener la misma ordenación de los niños.. b. Que cada estudiante escoja un número de uno a seis y luego se lance un dado al suelo varias veces, con la intención de seleccionar el ganador en cada oportunidad. <p>Preguntar: ¿cuál de los juegos presenta más variabilidad en el ganador?, ¿por qué será que se presenta esta variabilidad?, ¿a qué conclusiones se puede llegar?</p> <p>Se espera que ellos logren identificar que en el primer caso siempre gana el mismo estudiante y en el segundo el ganador</p>

		<p>presenta variaciones. Se pretende ejemplificar la existencia de situaciones aleatorias, en las cuales no es posible conocer el resultado a no ser que se realice el experimento correspondiente, por ejemplo al lanzar el dado o jugar “piedra-papel-tijera” no se tiene claridad quién va a ganar, para saberlo hay que jugar. Por otro lado, en las situaciones seguras es posible conocer previamente el resultado sin necesidad de llevar a cabo la experiencia, por ejemplo al jugar “<i>zapatito cochinito cambia de piecito</i>” o “<i>de tin marín de do pingüe...</i>”, se puede saber quién va a ganar sin llevar a cabo el juego con anterioridad.</p> <p>▲ Para evidenciar mejor estas ideas se puede solicitar que identifiquen entre situaciones aleatorias y seguras; para ellos se puede incorporar ejemplos de la cotidianidad donde los estudiantes deban clasificarlas. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. El resultado obtenido al lanzar una moneda. b. El costo de comprar tres kilos de arroz, si el precio por kilo es de 1100 colones. c. La condición de lluvia el día del cumpleaños d. La hora a la que el timbre suena para salir a recreo
<p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Más probable, igualmente probable y menos probable • Seguro • Probable • Imposible 	<ol style="list-style-type: none"> 2. Interpretar los conceptos de eventos más probables, igualmente probables o menos probables. 3. Describir eventos seguros, probables o imposibles según corresponda a una situación particular. 	<p>▲ Incluya en una bolsa de papel cinco bolas rojas y diez bolas azules, y planté el siguiente problema</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>☺ Si se extrae una bola en forma aleatoria (sin ver qué color se está escogiendo)</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Qué color tiene más posibilidad de salir: azul o rojo? b. ¿De qué manera se deberían variar las cantidades para que exista justicia o equidad en las posibilidades de selección? c. ¿Será posible extraer una bola de color verde? d. Si uno quiere estar seguro de que va a adivinar el resultado, ¿cuál debería ser el color o colores que debiera indicar? <p>▲ Luego de mostrarles un dado y de que jueguen por un rato, pedirles que resuelvan el siguiente problema:</p> <div style="text-align: center;">  </div>

		<p> Considera que un dado se lanza al suelo, responda las siguientes preguntas o situaciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener? ¿Cuál es el número menor que se puede obtener y cuál es el número mayor? Mencione un resultado que sería imposible de obtener. ¿Cuál resultado es más probable que se obtenga un uno o que se obtenga un seis? ¿Cuál resultado es más probable, obtener un número mayor de cuatro u obtener un número menor de cuatro? Si usted tuviera que escoger uno o más números entre uno y diez, de modo que pueda estar completamente seguro que con ellos va a acertar el resultado del lanzamiento del dado que número o números escogería? <p>Enfatice en que deben dar una adecuada argumentación para la obtención de las respuestas.</p> <p>▲ Con los dos problemas anteriores se busca favorecer la identificación de eventos más probables, menos probables o igualmente probables en relación con los resultados simples de un experimento, así como la identificación de eventos probables, imposibles y seguros. La o el docente debe tener presente esto al momento de la clausura de ambas actividades.</p> <p>▲ Para complementar lo anterior, se puede plantear el siguiente párrafo para que sea leído y discutido en subgrupos:</p> <p> Lean el siguiente texto:</p> <p>Costarricenses piden ambientes libres de humo de tabaco</p> <p>Irene Rodríguez, 12:59 p.m. 31/05/2010, Diario La Nación</p> <p>San José (Redacción). Representantes de la Caja Costarricense de Seguro Social, el Ministerio de Salud, la Universidad de Costa Rica, médicos, ex fumadores y ciudadanos en general se reúnen en la Plaza de las Garantías Sociales para abogar por una ley que prohíba el fumado en sitios públicos.</p> <p>...</p> <p>“El cigarrillo mata a una de cada dos personas que fuman y puede producir daños muy graves en la salud de quienes están alrededor de los fumadores. Tenemos derecho a vivir en ambientes libres de humo y que no perjudiquen nuestra salud”, explicó Wing Ching Chan Cheng, jefa de neumología del Hospital México.</p>
--	--	--



Imagen con derechos adquiridos por el MEP

Ahora, respondan las siguientes interrogantes:

- a. ¿Con qué propósito se realizó esta reunión en la Plaza de las Garantías Sociales en San José?
- b. ¿Qué significa la frase “El cigarro mata a una de cada dos personas que fuman”?
- c. ¿Por qué es importante que aunque no fumemos no estemos cerca de personas que estén fumando?



Para finalizar la actividad se recomienda realizar un debate en función de los problemas que acarrea el fumado para la salud, con esto se viene a implementar el tema transversal *Educación para la salud*.

▲ Al igual que en los niveles previos se pretende aprovechar el conocimiento sobre los eventos que son probables en función de que exista posibilidad que la situación ocurra.

Segundo ciclo



Imagen propiedad del MEP

Segundo ciclo, Números

Observaciones

Para cuarto año

Las principales diferencias entre el programa anterior y el nuevo consisten en los siguiente:

- En el programa anterior se ve la numeración hasta 99 999, en el nuevo hasta 999 999.
- En el programa anterior se ven bases de numeración diferentes de 10, en este ese conocimiento no se aborda.
- En el nuevo programa se inicia en 4° el estudio de las fracciones mientras que en el anterior esto se iniciaba en 3°, por esta razón, ahora lo de fracciones llega hasta la comparación de fracciones propias y aún no se ve la suma y resta de fracciones. Sí se introduce en este programa el orden con números en forma decimal.

Para quinto año

En este programa no hay un límite máximo para la numeración, en el anterior se llega hasta 1 000 000.

En el programa anterior se continúa con bases de numeración diferentes de 10, este es un tema que no se aborda en estos programas en ningún nivel.

Para sexto año

En este programa se ve divisibilidad, fracciones equivalentes y simplificaciones. Estos temas eran abordados, en el programa anterior, en 5°. Los temas de máximo divisor común y mínimo múltiplo común no se ven en este nivel (se pasan a 7°).

Habilidades generales

Las habilidades generales que se pretenden generar al finalizar el Segundo ciclo son:

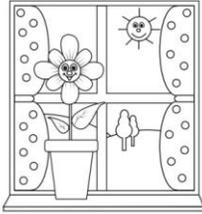
- Construir y aplicar los números mayores o iguales que 100 000 en contextos reales.
- Comparar cantidades y utilizar correctamente los símbolos $<$, $>$ o $=$.
- Identificar el valor posicional de los dígitos que conforman un número natural y con decimales.
- Identificar distintas representaciones de un mismo número.
- Leer y escribir números en sus distintas representaciones.
- Aplicar las operaciones aritméticas en diversos contextos.
- Aplicar el concepto de fracción, sus tipos y representaciones en la resolución de problemas.
- Aplicar el concepto de números decimales en la resolución de problemas.
- Efectuar operaciones con números en sus diferentes representaciones.

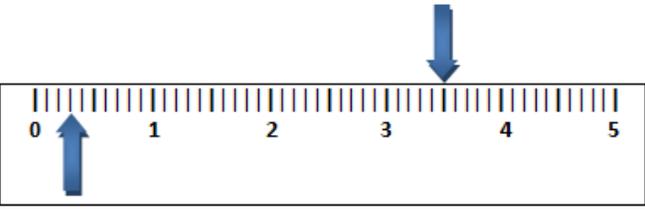
- Desarrollar y utilizar estrategias de cálculo mental y la estimación en la resolución de problemas.
- Establecer relaciones entre operaciones.
- Utilizar los conceptos básicos de la teoría de números en la resolución de problemas.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

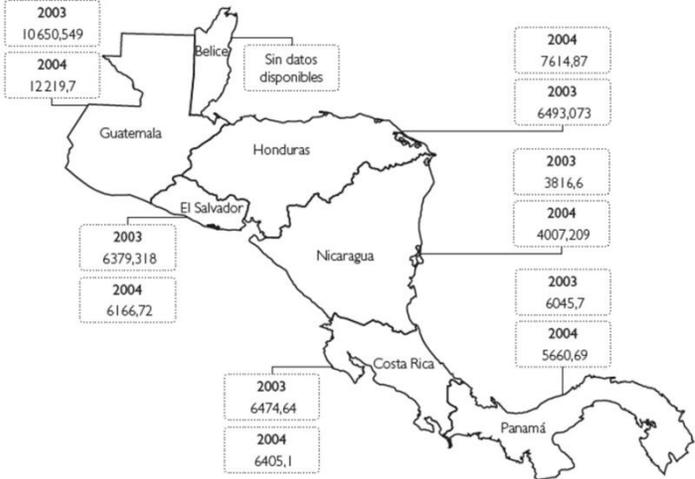
4° Año								
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales						
Números naturales <ul style="list-style-type: none"> • Relaciones numéricas • Sistema de numeración decimal • Relaciones de orden • Números pares • Números impares • Múltiplos 	1. Leer y escribir números naturales menores que un millón.	<p>▲ Como actividad introductoria se pueden proporcionar recortes de noticias que usen números naturales menores que un millón. El objetivo es identificar qué tanto se conoce acerca de estos números.</p> <p>▲ Es importante dar estrategias para la lectura y escritura de cantidades menores que 1 000 000. Un ejemplo: en el número 754 789 agrupar los dígitos en ternas de derecha a izquierda.</p> <p style="text-align: center;">miles</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">7</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">4</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">7</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">8</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px;">9</td> </tr> </table>	7	5	4	7	8	9
	7	5	4	7	8	9		
	2. Comparar números naturales menores que un millón utilizando los símbolos <, > o =.	<p>▲ Se proporcionan problemas donde utiliza los símbolos <, > o = para comparar los números. Se solicita comunicar cuál fue la estrategia usada para valorar la argumentación.</p>						
	3. Reconocer números pares e impares.	<p> En este periodo, los grupos 4-A y 4-B recibirán clases de defensa personal. En ellos se deben formar parejas de estudiantes para realizar las dinámicas que se proponen. El instructor a cargo necesita identificar en cuáles secciones queda algún estudiante sin pareja para ayudarlo durante el desarrollo de dichas lecciones.</p> <p>▲ Es importante que se dé una discusión estudiantil acerca de las posibilidades que se pueden dar. Por ejemplo, que en los dos grupos se puedan formar parejas sin que sobre alguno, o bien que en los dos grupos sobre una persona, o que en uno de los grupos sobre una persona. La acción docente debe ir dirigida a utilizar estos elementos para que sus estudiantes identifiquen la noción de número par e impar.</p> <p> <i>Razonar y argumentar y Comunicar</i> son procesos involucrados en este problema.</p> <p>▲ El estudiantado identifica los números pares como aquellos que se pueden dividir por 2 con residuo cero. Además, debe reconocer en qué dígito debe terminar un número para ser par o impar.</p>						
4. Reconocer los múltiplos de un número.	<p>▲ Es importante que cada estudiante reconozca los múltiplos de un número como los resultados de las multiplicaciones entre dos números. Así si $7 \times 8 = 56$ entonces 56 es múltiplo de 7 y de 8.</p> <p>▲ Es necesario que se identifiquen estrategias que permitan el reconocimiento de los múltiplos de un número. Entre ellas:</p>							

		<p>a. Los números cuya última cifra es un número par son múltiplos de 2.</p> <p>b. Los números cuya última cifra termina en 0 o 5 son múltiplos de 5.</p> <p>c. Los números de dos cifras cuyas cifras suman 9 son múltiplos de 9.</p>
<p>Operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Multiplicación • División 	<p>5. Resolver problemas utilizando el algoritmo de la división de números naturales.</p> <p>6. Comprender la relación entre la multiplicación y la división.</p>	<p>▲ Proponer problemas para relacionar la división de dos números con situaciones de reparto equitativo y agrupamiento. Analizar casos donde el residuo sea cero o no. Por ejemplo:</p> <p>a. Reparto</p> <p> Ernesto desea repartir entre sus 12 primos 132 jocotes que recolectó. ¿Cuántos jocotes le corresponden a cada uno?</p> <p>b. Agrupamiento</p> <p> En una fábrica deben empacar equitativamente 825 lápices en 10 cajas. ¿Cuántos lápices se empacaron en cada caja?</p> <p>c. ¿Cuántas veces cabe...?</p> <p> ¿Cuántas veces un segmento de 5 cm cabe en otro segmento de 75 cm?</p> <p> La utilización de problemas que utilizan la noción de división como reparto equitativo permite sensibilizar sobre la necesidad de ofrecer un trato igualitario a los demás.</p> <p>▲ Para el algoritmo de la división se debe utilizar el dividendo menor a 1 000 y divisor de hasta 2 cifras.</p> <p>▲ Para la comprensión de la relación entre el producto y la división, se pueden aprovechar problemas similares a los anteriores (los que tienen residuo cero), para preguntar cómo puede verificar si el resultado de la división es correcto. Se espera que se pueda visualizar que la multiplicación permite verificar los resultados de divisiones con residuo cero.</p>
<p>Fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto • Escritura • Lectura • Fracción propia 	<p>7. Identificar las fracciones como parte de la unidad o parte de una colección de objetos.</p>	<p> Se solicita llevar a la clase una mandarina o una naranja. Se indica que se tiene que anotar en el cuaderno la cantidad total de gajos que tiene su fruta, así como la cantidad de gajos que se comerán (indicar que no se la coman toda). Luego, se solicita representar gráficamente o por escrito la situación vivida durante la actividad.</p> <p> Coloque sobre la mesa todos los lápices de color que tiene y proceda a pintar el siguiente dibujo:</p>

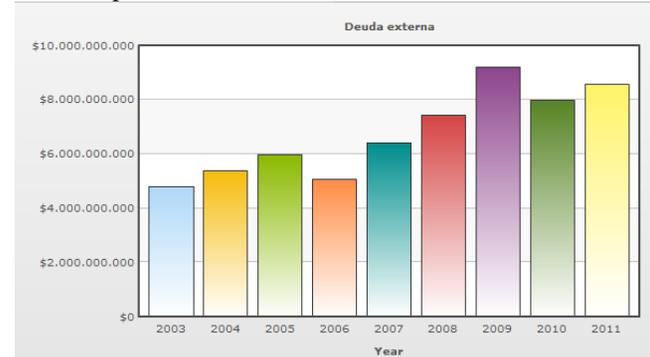
<ul style="list-style-type: none"> • Representaciones 		<div style="text-align: center;">  <p>Imagen cortesía de FreeDigitalphotos.net</p> </div> <p>Represente gráficamente o por escrito la cantidad de lápices que usó para pintar la flor con su maceta, respecto de la cantidad total de lápices utilizados.</p> <p>▲ En la etapa de clausura, se define la fracción como una forma de representación para este tipo de situaciones.</p> <p> Es importante implementar actividades que permitan crear conciencia sobre las ventajas que ofrece el consumir alimentos saludables. Además con esta actividad de las frutas se promueve el valor de compartir.</p>												
	<p>8. Analizar las fracciones propias.</p>	<p>▲ Se pretende reconocer fracciones propias y establecer correspondencias entre diversas formas de representación.</p> <p> Se proponen ejemplos en forma simbólica, para que sean representados gráficamente (identificando claramente el concepto de numerador y denominador). Luego, se identifican las tres formas de escribir fracciones: literal, simbólica y gráfica. Esta es una oportunidad para prestar atención al proceso <i>Representar</i>.</p> <p>▲ Proponer problemas donde pueda escribir fracciones en la representación que se solicite. Por ejemplo:</p> <table border="1" data-bbox="873 1234 1312 1486"> <thead> <tr> <th>Gráfica</th> <th>Literal</th> <th>Simbólica</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>Cinco novenos</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>$\frac{3}{6}$</td> </tr> </tbody> </table>	Gráfica	Literal	Simbólica					Cinco novenos				$\frac{3}{6}$
Gráfica	Literal	Simbólica												
														
	Cinco novenos													
		$\frac{3}{6}$												
	<p>9. Comparar las fracciones propias utilizando los símbolos $<$, $>$ o $=$.</p>	<p> Marta, Mario y Nancy salen a caminar por las mañanas y siempre llevan una botella de 250 ml de agua cada uno. Después de haber caminado durante una hora, Marta se ha bebido tres cuartas partes de su botella, Nancy la mitad y Mario dos cuartas partes. ¿Quién ha tomado más agua? ¿Quién ha tomado menos cantidad de agua?</p> <p>Se espera que se use en primer lugar una representación gráfica o modelo que ilustre la situación (pueden ser dibujos). A continuación, se propone realizar una representación simbólica a partir de la representación gráfica. Una vez hecho esto se pide usar los símbolos $<$, $>$ o $=$ para realizar las comparaciones.</p>												

		 Este problema corresponde con el eje transversal <i>Educación para la Salud</i> .  Este problema muestra la conexión existente con el área de <i>Medidas</i> .
	<p>10. Plantear y resolver problemas que involucren fracciones propias.</p>	<p>▲ Proponer problemas relacionados con un contexto de la vida cotidiana. Por ejemplo:</p>  Rita dividió un pastel en 8 partes iguales. Sus amigas se comieron 4 partes del queque. ¿Qué fracción representa lo que se comieron sus amigas?
<p>Decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura • Escritura • Ubicación en la recta numérica • Relaciones de orden 	<p>11. Leer y escribir números en su representación decimal hasta la milésima.</p>	<p>▲ Para introducir los números decimales se puede plantear el siguiente problema:</p>  ¿Cómo representarían los números señalados por las flechas en la siguiente figura?  <p> Es importante que el estudiantado observe que las unidades están divididas en 10 partes iguales. Puede usar la representación por fracciones e intentar decir oralmente cómo se nombraría el número. Por ejemplo, para el número señalado a la derecha, podría representarlo así:</p> <p style="text-align: center;">“Tres y cinco décimas” o bien $3 \frac{5}{10}$.</p> <p>A partir de aquí, se puede precisar la representación de estas cantidades mediante números decimales.</p> <p>▲ Establecer situaciones para generalizar el trabajo con centésimas y milésimas.</p>
	<p>12. Establecer entre cuáles números naturales consecutivos se encuentra un número decimal al localizarlo en la recta numérica.</p>	<p>▲ Para dar secuencia al trabajo realizado anteriormente, se puede proponer un problema como el siguiente:</p>  Construya una recta numérica con su regla. ¿Dónde ubicaría aproximadamente los siguientes números? <p style="text-align: center;">3,32 3,7 5,45 5,225</p> <p>▲ Una vez terminada la actividad se pide a varios estudiantes que ubiquen dichos números en una recta numérica dibujada previamente en la pizarra, argumentando su decisión. Este problema permite desmentir una creencia de que cuantos más decimales tenga un número, mayor es éste.</p>

	<p>13. Comparar y ordenar números en su representación decimal.</p>	<p>▲ A partir de información numérica en un contexto real, representar los datos en la recta numérica, compararlos mediante la utilización de los símbolos $<$, $>$ o $=$ y ordenarlos en forma ascendente o descendente.</p> <p> La siguiente tabla muestra los sismos sentidos en febrero del 2012.</p> <table border="1" data-bbox="808 401 1382 737"> <thead> <tr> <th>Fecha</th> <th>Hora Local</th> <th>Magnitud</th> <th>Profundidad en km</th> <th>Localización</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2012-02-28</td> <td>09:48:00</td> <td>2.6</td> <td>8</td> <td>4 km al sur de Tobosi de Cartago</td> </tr> <tr> <td>2012-02-19</td> <td>11:34:00</td> <td>4.8</td> <td>13</td> <td>35 km al sur de Puerto Quepos</td> </tr> <tr> <td>2012-02-14</td> <td>10:46:00</td> <td>4.5</td> <td>11</td> <td>40 km sur de Quepos</td> </tr> <tr> <td>2012-02-13</td> <td>04:55:00</td> <td>6</td> <td>11</td> <td>44 Km al Sur de Quepos</td> </tr> <tr> <td>2012-02-11</td> <td>14:43:00</td> <td>4.1</td> <td>20</td> <td>34 Km al Suroeste de Playa Dominical</td> </tr> </tbody> </table> <p>Imagen tomada de: http://www.ovsicori.una.ac.cr/sismologia/sentidos/ssentido/SismosMes.php</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿En qué localización se sintió el mayor sismo? ¿Qué día tembló con menor magnitud? ¿En qué lugar tembló más veces? (esta pregunta puede ayudar a conectar con otras materias). <p>▲ Realizar comparaciones utilizando decimales y utilizando fracciones.</p>	Fecha	Hora Local	Magnitud	Profundidad en km	Localización	2012-02-28	09:48:00	2.6	8	4 km al sur de Tobosi de Cartago	2012-02-19	11:34:00	4.8	13	35 km al sur de Puerto Quepos	2012-02-14	10:46:00	4.5	11	40 km sur de Quepos	2012-02-13	04:55:00	6	11	44 Km al Sur de Quepos	2012-02-11	14:43:00	4.1	20	34 Km al Suroeste de Playa Dominical
Fecha	Hora Local	Magnitud	Profundidad en km	Localización																												
2012-02-28	09:48:00	2.6	8	4 km al sur de Tobosi de Cartago																												
2012-02-19	11:34:00	4.8	13	35 km al sur de Puerto Quepos																												
2012-02-14	10:46:00	4.5	11	40 km sur de Quepos																												
2012-02-13	04:55:00	6	11	44 Km al Sur de Quepos																												
2012-02-11	14:43:00	4.1	20	34 Km al Suroeste de Playa Dominical																												
<p>Cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sumas • Restas • Multiplicaciones • Divisiones 	<p>14. Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales.</p> <p>15. Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta y la multiplicación de números con decimales.</p>	<p>▲ Efectuar multiplicaciones donde:</p> <ol style="list-style-type: none"> El segundo factor sea a lo sumo de dos dígitos. Ambos factores contengan decimales, de forma que el resultado no sobrepase las milésimas. Un factor sea natural y otro con decimales cuyo resultado no exceda las milésimas. <p>▲ En las divisiones se debe empezar con dividendo menor que 1000 por un divisor de 1 o 2 dígitos.</p> <p>▲ Para evitar errores en la colocación de los números decimales que se suman o que se restan, se debe retomar la idea de valor posicional. Luego se generaliza esto al caso de los decimales.</p> <p>▲ Proponer elementos que le permitan a cada estudiante plantear y resolver un problema. Por ejemplo:</p> <p style="text-align: center;">Extensión de las provincias de Costa Rica</p> <table border="1" data-bbox="922 1612 1263 1900"> <thead> <tr> <th>Provincia</th> <th>Extensión (km²)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>San José</td> <td>4965,9</td> </tr> <tr> <td>Alajuela</td> <td>9757,5</td> </tr> <tr> <td>Cartago</td> <td>3124,6</td> </tr> <tr> <td>Heredia</td> <td>2657,9</td> </tr> <tr> <td>Guanacaste</td> <td>10 140,7</td> </tr> <tr> <td>Puntarenas</td> <td>11 265,6</td> </tr> <tr> <td>Limón</td> <td>9 188,2</td> </tr> </tbody> </table>	Provincia	Extensión (km ²)	San José	4965,9	Alajuela	9757,5	Cartago	3124,6	Heredia	2657,9	Guanacaste	10 140,7	Puntarenas	11 265,6	Limón	9 188,2														
Provincia	Extensión (km ²)																															
San José	4965,9																															
Alajuela	9757,5																															
Cartago	3124,6																															
Heredia	2657,9																															
Guanacaste	10 140,7																															
Puntarenas	11 265,6																															
Limón	9 188,2																															

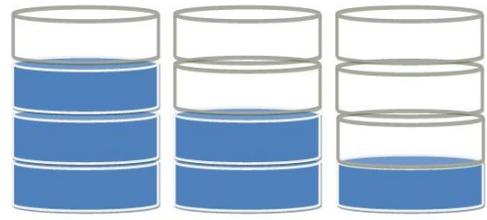
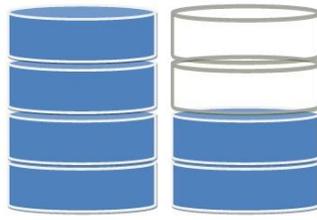
		<p>Cada estudiante podría plantear varias preguntas, como por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuántos km² abarcan las provincias que limitan con las costas? ¿Cuántos km² de diferencia tiene Puntarenas respecto a Heredia? <p> Esta actividad permite establecer conexiones con <i>Medidas y Estudios Sociales</i>.</p>						
	<p>16. Multiplicar un número con o sin expansión decimal por 10, 100 y por 1000.</p>	<p>▲ Se proponen varias multiplicaciones con este tipo de números para que sean resueltas por el método habitual de cálculo. Luego, se plantea la inquietud sobre si puede establecer una estrategia de cálculo más rápida para este tipo de operaciones.</p> <p> Se solicita comunicar sus estrategias al grupo. En una sesión plenaria se exponen las ideas y se valora su pertinencia. La acción docente debe ir dirigida a presentar una estrategia que permita resolver más rápidamente estas operaciones.</p>						
	<p>17. Utilizar la calculadora para resolver problemas y operaciones numéricas con cálculos complejos.</p>	<p> En el mapa adjunto, se muestra la cantidad de toneladas de dióxido de carbono emitidas por los países centroamericanos, durante los años 2003 y 2004. Determine si ha aumentado o disminuido de un año a otro el nivel de dióxido de carbono a nivel centroamericano. Se debe usar la calculadora.</p>  <p>Imagen tomada de: http://www.estadonacion.or.cr/index.php/apoyo-educativo/materiales-didacticos</p>						
	<p>18. Seleccionar los métodos y las herramientas más adecuados para la resolución de cálculos.</p>	<p>▲ Uso de cálculo mental, lápiz y papel o calculadora según el tipo de operación, como por ejemplo:</p> <table border="1" data-bbox="821 1713 1369 1885"> <tr> <td>Cálculo mental:</td> <td>$48 \times 10\ 000$</td> </tr> <tr> <td>Papel y lápiz:</td> <td>$350,5 \times 98$</td> </tr> <tr> <td>Calculadora:</td> <td>$3454,84 \times 19,4$</td> </tr> </table>	Cálculo mental:	$48 \times 10\ 000$	Papel y lápiz:	$350,5 \times 98$	Calculadora:	$3454,84 \times 19,4$
Cálculo mental:	$48 \times 10\ 000$							
Papel y lápiz:	$350,5 \times 98$							
Calculadora:	$3454,84 \times 19,4$							

	<p>19. Calcular mentalmente los resultados de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.</p>	 <p>El uso de juegos y competencias permite de una forma divertida el desarrollo de esta destreza. Por ejemplo, en el sitio web <i>Cálculo mental</i> de Jaime Riba (http://clic.xtec.cat/db/act_es.jsp?id=3339) se pueden encontrar actividades para desarrollar esta habilidad:</p> 
	<p>20. Evaluar la pertinencia de los resultados que se obtienen al realizar un cálculo o una estimación.</p>	 <p>El auto de Valeria recorre aproximadamente 9,5 km por litro de gasolina. El tanque del carro tiene una capacidad de 35,6 litros aproximadamente. Ella desea realizar un viaje de San José a Limón (152,5 km aproximadamente) y observa que dispone de tres cuartos de tanque. ¿Considera necesario que Valeria llene el tanque para realizar el recorrido de ida?</p>  <p>Es importante que cada estudiante argumente su respuesta. Es posible generar una discusión en la clase y contrastar las diferentes opiniones.</p>

5° Año																					
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales																			
<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relaciones numéricas 	<p>1. Contar, reconocer y escribir los números naturales.</p>	<p>▲ Es importante brindar estrategias para la lectura y escritura de cantidades mayores de 9 dígitos, un ejemplo sería separar las cantidades en clases (miles, millones, miles de millones).</p> <table border="1" data-bbox="766 1249 1360 1327"> <thead> <tr> <th colspan="3">Mil</th> <th colspan="3">millones</th> <th colspan="3">mil</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>6</td><td>8</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td><td>5</td><td>4</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td> </tr> </tbody> </table> <p>☺ Se puede trabajar con noticias (puede ser que contengan gráficos) donde se utilizan cantidades grandes, como por ejemplo:</p> <p>En el siguiente gráfico se muestra la deuda externa de Costa Rica en el periodo 2003-2011.</p> 	Mil			millones			mil			6	8	2	3	0	5	4	7	8	9
Mil			millones			mil															
6	8	2	3	0	5	4	7	8	9												

		<p>Imagen tomada de: http://www.indexmundi.com/es/costa_rica/deuda_externa.html A partir del gráfico se realizan preguntas como: a. ¿En qué año Costa Rica ha tenido la mayor deuda externa? ¿De cuánto es aproximadamente? b. ¿Cuál fue la deuda externa, aproximadamente, en el año 2010?</p> <p>Los datos exactos se encuentran en la siguiente tabla (que también se puede utilizar para algunas preguntas).</p> <table border="1" data-bbox="922 468 1279 785"> <thead> <tr> <th>Año</th> <th>Deuda externa</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2003</td> <td>\$ 4 800 000 000</td> </tr> <tr> <td>2004</td> <td>\$ 5 366 000 000</td> </tr> <tr> <td>2005</td> <td>\$ 5 962 000 000</td> </tr> <tr> <td>2006</td> <td>\$ 5 049 000 000</td> </tr> <tr> <td>2007</td> <td>\$ 6 420 000 000</td> </tr> <tr> <td>2008</td> <td>\$ 7 416 000 000</td> </tr> <tr> <td>2009</td> <td>\$ 9 205 000 000</td> </tr> <tr> <td>2010</td> <td>\$ 7 972 000 000</td> </tr> <tr> <td>2011</td> <td>\$ 8 550 000 000</td> </tr> </tbody> </table> <p> Este tipo de problemas permite la conexión con <i>Estadística y Probabilidad</i>, particularmente en el análisis de información presentada a través de gráficos y tablas.</p>	Año	Deuda externa	2003	\$ 4 800 000 000	2004	\$ 5 366 000 000	2005	\$ 5 962 000 000	2006	\$ 5 049 000 000	2007	\$ 6 420 000 000	2008	\$ 7 416 000 000	2009	\$ 9 205 000 000	2010	\$ 7 972 000 000	2011	\$ 8 550 000 000
Año	Deuda externa																					
2003	\$ 4 800 000 000																					
2004	\$ 5 366 000 000																					
2005	\$ 5 962 000 000																					
2006	\$ 5 049 000 000																					
2007	\$ 6 420 000 000																					
2008	\$ 7 416 000 000																					
2009	\$ 9 205 000 000																					
2010	\$ 7 972 000 000																					
2011	\$ 8 550 000 000																					
<p>Operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Combinación de operaciones Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma 	<p>2. Resolver problemas y operaciones donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números naturales.</p> <p>3. Plantear y resolver problemas utilizando la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma.</p>	<p>▲ Se puede contextualizar la prioridad en el uso de operaciones con números naturales mediante el planteo de problemas como el siguiente:</p> <p> El papá de Melanie va a la verdulería y compra 5 manzanas, 3 peras y 10 bananos. Los precios a pagar por cada producto son ₡250, ₡400 y ₡40 respectivamente. Determine la cantidad de dinero que pagó el papá de Melanie.</p> <p>▲ Algunas veces la utilización de los paréntesis es necesaria en la resolución de problemas. A menudo, el agrupamiento se realiza de forma intuitiva. El siguiente problema se puede resolver con el uso o no de los paréntesis, sin embargo su uso ordena las operaciones a resolver:</p> <p> Un lápiz y un lapicero tienen el mismo precio en la librería de don Pablo. Por otra parte un borrador, una maquinilla y un pincel tienen igual precio. Sandra va y compra 11 lápices, 13 lapiceros, 8 borradores, 14 maquinillas y 7 pinceles. Si el precio de un lápiz y un borrador es de ₡135 y ₡85 respectivamente, ¿cuánto dinero debe pagar Sandra por la lista de materiales?</p> <p>Operación a plantear:</p> $135 \times (11 + 13) + 85 \times (8 + 14 + 7) =$ <p>Después de su resolución, se precisa el uso de la propiedad distributiva del producto respecto a la suma.</p>																				

		 La propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma permite el uso de diferentes representaciones.												
Teoría de números <ul style="list-style-type: none"> • Número par • Número impar • Múltiplos • Divisores • Reglas de divisibilidad 	<p>4. Aplicar los conceptos de múltiplo de un número natural, números pares e impares en la resolución de problemas.</p> <p>5. Identificar divisores de un número natural.</p>	 Proponer adivinanzas donde se debe aplicar estos conceptos para encontrar la cantidad. Por ejemplo: <ol style="list-style-type: none"> a. Soy un número de 5 dígitos. Soy múltiplo de 1000. Mi dígito en las decenas de millar es factor de 2. ¿Qué número soy? b. Soy un número de 3 dígitos, múltiplo de 30. Mi dígito de las decenas es impar y el de las centenas es el doble que el de las decenas. ¿Qué número soy? <p>▲ Se pueden plantear problemas cuya solución no sea única, por ejemplo:</p>  La maestra Andrea tiene a cargo un grupo de 30 estudiantes. Ella planea realizar un trabajo con ellos y ellas en el cual formarán subgrupos con igual cantidad de estudiantes para cada uno de ellos. ¿Cuáles opciones tiene Andrea? Sin embargo, el día que iba a realizar la actividad faltaron dos estudiantes. ¿Cómo podrá realizar la distribución la maestra?												
	<p>6. Deducir las reglas de divisibilidad del 2, 3, 5 y 10.</p> <p>7. Establecer si un número natural es divisible por 2, 3, 5 o 10 aplicando las reglas de divisibilidad.</p>	 Un comerciante tiene 135 manzanas, las cuales desea empacar de forma tal que cada paquete tenga la misma cantidad de manzanas, que cada uno no exceda de 10 y que todas las manzanas sean empacadas. ¿Cuántas manzanas podría tener cada paquete?  Una empresa recogió cuadernos para regalar a diferentes escuelas de Heredia. Después de la recolección realizó paquetes de 10 cuadernos cada uno. Las escuelas recibieron la siguiente cantidad de cuadernos: <table border="1" data-bbox="771 1365 1409 1465" style="margin: 10px auto;"> <thead> <tr> <th colspan="4">Escuelas</th> </tr> <tr> <th>San José</th> <th>Los Ángeles</th> <th>Laboratorio</th> <th>Montecito</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>80</td> <td>40</td> <td>20</td> <td>70</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Cuántos paquetes recibió cada institución?</p>  Pedro, Flor y Julia forman parte de un campamento en el que asisten 114 jóvenes. Julia propone para el desarrollo de las actividades y con el objetivo de no dejar a ninguna persona por fuera, que se formen equipos de tres personas. Flor con la misma preocupación propone más bien crear grupos de 5 personas y Pedro cree que deben formarse parejas. ¿Qué opina sobre la propuesta de estas tres personas? Redacte una justificación que respalde su posición.	Escuelas				San José	Los Ángeles	Laboratorio	Montecito	80	40	20	70
Escuelas														
San José	Los Ángeles	Laboratorio	Montecito											
80	40	20	70											

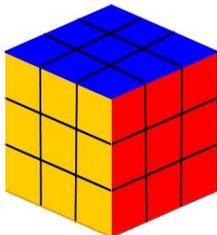
		 <p>Nótese que este problema contempla no sólo la parte operatoria o de representación, sino que se pide explícitamente argumentar su posición. Además, se puede discutir sobre la conveniencia de buscar la integración de las personas como una forma de establecer relaciones de convivencia pacífica y respetuosa de la diversidad.</p>
<p>Fracciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fracción propia e impropia • Representación mixta • Fracciones homogéneas • Fracciones heterogéneas • Relaciones numéricas • Ubicación en la recta numérica 	<p>8. Identificar fracciones impropias.</p> <p>9. Representar una fracción impropia como la suma de un número natural y una fracción propia.</p> <p>10. Expresar una fracción impropia en notación mixta y viceversa.</p>	<p>▲ Proponer problemas que involucren fracciones impropias, por ejemplo:</p> <p>😊 La sección 5-A de una escuela se propuso pintar su aula, por lo que se dividieron en tres subgrupos. Un subgrupo llevó tres cuartos de galón de pintura, otro llevó dos cuartos y el último subgrupo (que era el más pequeño) llevó sólo un cuarto de pintura. ¿Cuántos galones llevaron en total? Se espera que las y los estudiantes se apoyen en formas de representación gráfica para dar solución al problema.</p> <p style="text-align: center;">Subgrupo 1 Subgrupo 2 Subgrupo 3</p> <div style="text-align: center;">  <p style="margin-left: 100px;">$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$</p> </div> <p style="text-align: center;">$\frac{2}{4}$</p> <p>Se llena uno de los galones con parte del contenido del otro, resultando:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Así, se recogió en total un galón y dos cuartos. Algo importante en este problema es que la respuesta se obtuvo sin necesidad de realizar operaciones con fracciones.</p> <p>▲ Se debe explicar la importancia de la representación mixta de una fracción impropia para la interpretación de algunas situaciones específicas. Por ejemplo:</p> <p>😊 Para la elaboración de un pastel, Andrés lee en la receta que se necesitan $\frac{9}{2}$ cucharadas de azúcar. Éste se siente confundido y desconoce realmente la cantidad de azúcar que debe agregar. Indíquele a Andrés realmente cuántas cucharadas necesita para su receta. Después de entender el concepto e importancia del uso de números mixtos, se debe utilizar el algoritmo para pasar de una representación a otra.</p>

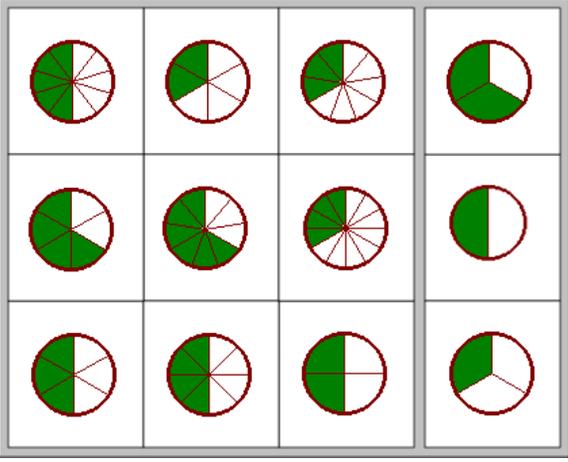
<p>11. Identificar fracciones homogéneas y heterogéneas.</p>	<p>▲ Proponer grupos de fracciones homogéneas y grupos de fracciones heterogéneas y que cada estudiante deduzca las diferencias entre ellas.</p>								
<p>12. Comparar fracciones utilizando los símbolos <, > o =.</p>	<p>▲ Es importante que se argumenten los resultados de las comparaciones realizadas con base en el sentido numérico. Por ejemplo:</p> <table border="1" data-bbox="829 422 1369 806"> <thead> <tr> <th></th> <th>Argumentación</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$3\frac{2}{5} > \frac{4}{7}$</td> <td>$\frac{4}{7}$ es una fracción propia por lo que no es mayor que la unidad.</td> </tr> <tr> <td>$5,67 > 7\frac{3}{5}$</td> <td>El primer número tiene menos unidades que el otro.</td> </tr> <tr> <td>$\frac{9}{4} > \frac{9}{11}$</td> <td>La fracción de la izquierda es impropia y la de la derecha es propia.</td> </tr> </tbody> </table>		Argumentación	$3\frac{2}{5} > \frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$ es una fracción propia por lo que no es mayor que la unidad.	$5,67 > 7\frac{3}{5}$	El primer número tiene menos unidades que el otro.	$\frac{9}{4} > \frac{9}{11}$	La fracción de la izquierda es impropia y la de la derecha es propia.
	Argumentación								
$3\frac{2}{5} > \frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$ es una fracción propia por lo que no es mayor que la unidad.								
$5,67 > 7\frac{3}{5}$	El primer número tiene menos unidades que el otro.								
$\frac{9}{4} > \frac{9}{11}$	La fracción de la izquierda es impropia y la de la derecha es propia.								
<p>13. Ubicar fracciones en la recta numérica.</p>	<p> A continuación se brinda una lista de objetos peligrosos para niños menores de tres años (debido a su tamaño) y sus medidas aproximadas:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Diámetro de una moneda de 100 colones: 3 cm. b) Clavo de una pulgada: $\frac{5}{2}$ cm. c) Una tuerca: $\frac{2}{3}$ cm. d) Una grapa: $\frac{11}{10}$ cm. <p>Elabore un pequeño cartel donde se dibuje una recta numérica (escala de un centímetro) que permita representar las medidas de estos objetos peligrosos y sus respectivas ilustraciones.</p> <p> Esta actividad permite crear conciencia sobre la necesidad de alejar este tipo de objetos del alcance de los niños pequeños y es una forma de valorar la utilidad que tienen las Matemáticas en la vida cotidiana.</p> <p> Al finalizar la actividad, se presentan los diseños elaborados, enfatizando el porqué de la ubicación de dichos números y los criterios que mediaron para hacerlo de esa forma.</p> <p>▲ Use fracciones cuyo denominador sea 2, 3, 4, 5 o 10.</p>								
<p>14. Determinar fracciones entre dos números naturales consecutivos.</p>	<p>▲ Se presentan problemas donde se requiera identificar fracciones entre números naturales, por ejemplo:</p> <p> Nueve amigos compran pizzas y quieren comer $\frac{1}{4}$ de pizza cada uno. ¿Cuántas pizzas tienen que comprar?</p>								

		<p> Aprovechar la notación mixta de una fracción impropia para establecer entre cuáles números naturales consecutivos se ubica dicha fracción.</p> <p> Es necesario estar pendiente de que el estudiantado aprenda a cuestionarse los resultados obtenidos así como su coherencia. Esto permite desarrollar el proceso <i>Razonar</i> y <i>argumentar</i>.</p>															
<p>Decimales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura • Escritura • Notación Desarrollada • Redondeo 	<p>15. Leer y escribir números en su representación decimal hasta la diezmilésima.</p> <p>16. Establecer la correspondencia entre fracción decimal y número decimal.</p> <p>17. Representar fracciones mediante un número con expansión decimal finita y viceversa.</p>	<p>▲ Se puede utilizar esta habilidad para reforzar la ubicación de fracciones en la recta numérica.</p> <p>▲ Al pasar de una representación fraccionaria a un número con expansión decimal es necesario implementar el algoritmo de la división de forma tal que los resultados no excedan las diezmilésimas. Por ejemplo, tres octavos se representa de la forma siguiente:</p> $ \begin{array}{r l} 30 & 8 \\ - 24 & \hline 60 & 0,375 \\ - 56 & \\ \hline 40 & \\ - 40 & \\ \hline 0 & \end{array} $															
	<p>18. Representar un número decimal en su notación desarrollada.</p>	<p>▲ Proponer al estudiante interrogantes de cómo realizar la notación desarrollada de cantidades como 896; 14,8 y 5,412. Darle un espacio de tiempo para su propuesta y luego representar otros ejemplos en la pizarra, como:</p> $4 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{9}{1\ 000}$															
	<p>19. Redondear un número decimal.</p>	<p>▲ Redondeo a la milésima, centésima, décima o al número natural más cercano.</p> <p>▲ El grado de precisión de las estimaciones depende del contexto en que se realice. Por ejemplo a modo de comparación, en el fútbol el árbitro puede pitar el final del partido unos segundos antes o después del tiempo real, sin embargo en una carrera de 400 metros cada segundo y milésima de segundo cuenta y el cálculo debe ser muy preciso. Esto mismo sucede con los números, dependiendo del contexto se hace necesario redondear a la milésima, centésima, décima o número natural más cercano. Por ejemplo, al redondear π el cálculo del área de un círculo puede variar mucho:</p> <table border="1" data-bbox="776 1686 1422 1877"> <thead> <tr> <th>Redondeo a</th> <th>π</th> <th>Área de círculo de radio 15 cm</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Milésima</td> <td>$\pi=3,142$</td> <td>$706,95\text{ cm}^2$</td> </tr> <tr> <td>Centésima</td> <td>$\pi=3,14$</td> <td>$706,5\text{ cm}^2$</td> </tr> <tr> <td>Décima</td> <td>$\pi=3,1$</td> <td>$697,5\text{ cm}^2$</td> </tr> <tr> <td>Número natural</td> <td>$\pi=3$</td> <td>675 cm^2</td> </tr> </tbody> </table>	Redondeo a	π	Área de círculo de radio 15 cm	Milésima	$\pi=3,142$	$706,95\text{ cm}^2$	Centésima	$\pi=3,14$	$706,5\text{ cm}^2$	Décima	$\pi=3,1$	$697,5\text{ cm}^2$	Número natural	$\pi=3$	675 cm^2
Redondeo a	π	Área de círculo de radio 15 cm															
Milésima	$\pi=3,142$	$706,95\text{ cm}^2$															
Centésima	$\pi=3,14$	$706,5\text{ cm}^2$															
Décima	$\pi=3,1$	$697,5\text{ cm}^2$															
Número natural	$\pi=3$	675 cm^2															

Cálculos y estimaciones <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División 	20. Multiplicar y dividir un número con o sin expansión decimal por 10, 100, 1000 y 10 000.	▲ Es necesario que se obtenga un procedimiento para multiplicar y dividir un número natural o con decimales por 10, 100 y 10 000.					
	21. Analizar el resultado de multiplicar y dividir por números mayores o menores que uno.	▲ Se pueden plantear problemas como el siguiente: Pedro tiene 5 litros de agua que va a repartir a sus amigos y cada uno tiene un recipiente cuya capacidad es de medio litro. ¿Cuántos recipientes puede llenar Pedro?					
	22. Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y división de números naturales y con decimales.	▲ Se puede plantear un problema como el siguiente para repasar el algoritmo de la división:  Para el desfile del 15 de setiembre, la maestra Grace tiene planeado que sus 35 estudiantes asistan con un pequeño lazo tricolor adherido a su brazo izquierdo. Para ello, compró un listón de 6,5 m de longitud. ¿Cuántos centímetros de cinta se requieren para elaborar el lazo de cada estudiante, si cada uno tendrá la misma longitud?  El problema anterior promueve la <i>Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz</i> . ▲ Efectuar multiplicaciones donde el segundo factor sea a lo sumo de tres dígitos agrupando y sin agrupar.					
	23. Utilizar la calculadora para resolver problemas que involucran operaciones con cálculos complejos.	 Una finca de forma rectangular colinda con un río en uno de sus lados. Se desea implementar una cerca con tres filas de alambre de púas para evitar que el ganado salga de la finca. El costo del alambre se estima en unos ₡ 535 el metro. Si la finca tiene por dimensiones 17,331 dam por 1,563 hm, ¿cuánto dinero se gasta por la compra del alambre? ▲ Aquí es importante estar vigilantes de que se realice el planteo, el procedimiento y las conversiones en forma correcta. La calculadora es un medio para facilitar los cálculos.  Este problema permite conexión con el área de <i>Medidas</i> .					
24. Seleccionar métodos y herramientas adecuados para la resolución de cálculos.	▲ Uso de cálculo mental, lápiz y papel o calculadora según el tipo de problema, como por ejemplo <table border="1" style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="text-align: center;">Cálculo mental</td> <td>Si un videojuego cuesta \$500 y el dólar tiene un valor de ₡500, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Papel y lápiz</td> <td>Si un videojuego cuesta \$582 y el dólar tiene un valor de ₡500, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Calculadora</td> <td>Si un videojuego cuesta \$582 y el dólar tiene un valor de ₡506,7, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?</td> </tr> </table> <p>Se puede observar que cada uno de estos problemas tiene un nivel de dificultad diferente, por lo que es necesario utilizar el método adecuado.</p>	Cálculo mental	Si un videojuego cuesta \$500 y el dólar tiene un valor de ₡500, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?	Papel y lápiz	Si un videojuego cuesta \$582 y el dólar tiene un valor de ₡500, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?	Calculadora	Si un videojuego cuesta \$582 y el dólar tiene un valor de ₡506,7, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?
Cálculo mental	Si un videojuego cuesta \$500 y el dólar tiene un valor de ₡500, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?						
Papel y lápiz	Si un videojuego cuesta \$582 y el dólar tiene un valor de ₡500, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?						
Calculadora	Si un videojuego cuesta \$582 y el dólar tiene un valor de ₡506,7, ¿cuánto cuesta el videojuego en colones?						

6° Año		
Conceptos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Teoría de números <ul style="list-style-type: none"> • Divisibilidad • Factores • Números primos • Números compuestos 	1. Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas.	<p>▲ Se le pueden proponer problemas tipo adivinanzas donde deben aplicarse estos conceptos para encontrar la cantidad, como por ejemplo:</p> <p> Halle un número que sea divisible por 2, 3 y 11.</p> <p>▲ Es importante la aplicación de estos conceptos a la hora de abarcar los conocimientos de amplificación y simplificación de fracciones.</p>
	2. Identificar números primos y compuestos.	<p>▲ Se solicita a cada estudiante que encuentre todos los factores o divisores de una serie de números primos y compuestos (sin mencionar estos conceptos). Luego, se clasifican según la cantidad de divisores. Después se formaliza los conceptos de números primos y compuestos.</p> <p> Se sugiere utilizar la Criba de Eratóstenes (276 - 194 a.C.) para reforzar el tema y valorar su contexto histórico.</p> <p> A este nivel aumenta la complejidad de los cálculos, por ello se debe estar atento a motivar para resolver problemas enfrentándolos; no debe ocurrir que se copie simplemente la respuesta sin comprenderse el razonamiento utilizado.</p>
Números naturales <ul style="list-style-type: none"> • Potencias • Cuadrados perfectos • Cubos perfectos • Potencias de base 10 	<p>3. Representar productos con factores iguales como potencia y viceversa.</p> <p>4. Calcular potencias cuya base y exponente sean números naturales no iguales a cero simultáneamente.</p>	<p> Una forma interesante de introducir el concepto de potencia y la necesidad de su notación es mediante la historia del ajedrez que se encuentra en el libro <i>El hombre que calculaba</i> de Malba Tahan. En el capítulo XVI se relata la historia de un joven llamado Lahur Sessa quien obsequió al rey Iadava un juego (el ajedrez) que le permitiría salir del dolor que le embargaba por la muerte de su hijo el príncipe Adjamir. El rey como muestra de agradecimiento le manifestó a Sessa que le daría lo que él deseara. Éste sin embargo no quería recompensa alguna, pero ante la insistencia de Iadava accedió a recibir un grano de trigo por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, cuatro por la tercera y así doblando la cantidad de granos sucesivamente por cada una de las casillas siguientes. El rey creyó ridícula su petición, pero después de realizados los cálculos le comunicaron que dicha cantidad de granos era imposible de pagar.</p> <p>▲ Se solicita representar o describir la operación que se debe realizar para obtener dicho resultado. Después realizar una discusión sobre la necesidad de la notación de potencia y los inconvenientes que se presentan a la hora de realizar estos cálculos. Se formaliza así la noción de potencia como el producto sucesivo de factores iguales.</p> <p> Con esta reseña histórica se puede fortalecer el aprecio y respeto por las Matemáticas.</p>

	<p>5. Identificar cuadrados y cubos perfectos de números naturales.</p>	<p>☺ El siguiente cuadrado tiene un área equivalente a 81 mm^2. ¿Cuánto mide su lado?</p>  <p>Se pretende que cada estudiante determine que el lado mide 9 mm y en consecuencia el área se puede expresar como una potencia de exponente 2.</p> <p>☺ A continuación se muestra una imagen del cubo Rubik:</p>  <p>Elaboración propia</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿De cuántos cubitos está formado? ¿Qué relación tiene la medida de la arista (se puede suponer que cada arista mide 3 cm) con la cantidad de cubitos? <p>Se pretende que el estudiantado determine que el cubo grande se completa con 27 cubitos, en consecuencia esta cantidad se puede expresar como una potencia de exponente.</p> <p>⚙️ Estos problemas promueven la conexión con <i>Geometría</i> y <i>Medidas</i>.</p>
	<p>6. Expresar múltiplos de 10 como potencias de base 10.</p> <p>7. Expresar números naturales en notación desarrollada utilizando potencias de base diez.</p>	<p>▲ Proponer una cantidad en notación desarrollada, por ejemplo:</p> $3782 = 3 \times 1000 + 7 \times 100 + 8 \times 10 + 2 \times 1$ <p>y pedirles que la escriban utilizando potencias de base 10:</p> $3782 = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 2$
<p>Fraciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fracciones equivalentes • Simplificación y ampliación • Multiplicación 	<p>8. Identificar fracciones equivalentes.</p> <p>9. Simplificar y amplificar fracciones.</p>	<p>▲ Se pueden utilizar problemas similares al siguiente, con el objetivo de justificar el algoritmo que permite simplificar y amplificar fracciones:</p>  <p>En el sitio web http://clic.xtec.cat/db/jclicApplet.jsp?project=http://clic.xtec.cat/projects/divfrace/jclic/divfrace.jclic.zip&lang=es&title=Fracciones,+múltiplos+y+divisores se encuentran algunas actividades con fracciones por lo que se puede aprovechar para un repaso y estudiar la noción de fracciones equivalentes a través de gráficos. A continuación se describe una de ellas:</p>

<ul style="list-style-type: none"> • División • Inverso multiplicativo • Suma • Resta 		<div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center; background-color: #cccccc; padding: 5px; margin: 10px 0;"> Relaciona con sus equivalentes </div> <p>▲ Para el proceso de simplificación, es necesario presentar fracciones cuyo numerador y denominador sean números que tengan a lo sumo tres dígitos. Enfatizar el uso de las reglas de divisibilidad vistas con anterioridad.</p>
	<p>10. Multiplicar y dividir fracciones.</p>	<p>▲ Es necesario enfatizar que las fracciones son simplemente una forma para representar los números y que se utilizan porque nos ayudan a simplificar los cálculos.</p>
	<p>11. Identificar el inverso multiplicativo de un número natural y/o fraccionario.</p>	<p>▲ Se propone el siguiente problema:</p> <p>😊 ¿Qué valores hacen verdaderas las siguientes igualdades?</p> $\frac{3}{4} \times [\quad] = 1$ $\frac{5}{7} \times [\quad] = 1$ $11 \times [\quad] = 1$ $9 \times [\quad] = 1$ <p>¿Qué características presentan dichos valores con respecto al primer valor?</p> <p>▲ Después de que se ha realizado la comunicación de respuestas y su pertinencia, es importante precisar el concepto de inverso multiplicativo de un número. Aprovechar la actividad anterior para concluir que cero no tiene inverso multiplicativo.</p>
	<p>12. Sumar y restar fracciones homogéneas y heterogéneas.</p>	<p>▲ Iniciar sumando y restando fracciones homogéneas, para lo cual se plantean problemas semejantes al siguiente:</p> <p>😊 Hugo es un veterinario que tiene un terreno cerca de la playa, el cual está constituido por zonas boscosas. Él ha decidido que $\frac{3}{10}$ partes del mismo las utilizará para construir</p>

		<p>una casa en armonía con el medio ambiente, $\frac{2}{10}$ lo dedicará a la construcción de un lugar donde se atenderá animales nativos del lugar que estén enfermos o hayan sido objeto de maltrato. El resto lo conservará como área protegida para preservar las especies del lugar.</p> <ol style="list-style-type: none"> Determine la fracción de terreno que abarcará la casa y la estancia para animales enfermos o maltratados. Determine la fracción de terreno que corresponde al área protegida. <p> Es importante que la acción docente esté dirigida a discutir y crear conciencia en el estudiantado acerca de la importancia de conservar nuestra biodiversidad y vivir una <i>Cultura Ambiental para el Desarrollo Sostenible</i>.</p> <p> Para introducir el concepto de suma o resta de fracciones heterogéneas se puede trabajar gráficamente. Se puede proponer un problema que permita potenciar las representaciones numéricas. Después se formaliza el algoritmo para la homogenización de las fracciones por medio de la amplificación o simplificación de fracciones.</p> <p>▲ Analizar ejemplos como</p> $3 + \frac{2}{7}$ <p>y relacionarlo con la notación mixta de una fracción.</p> <p>▲ Para trabajar la suma o resta de forma algorítmica se trabajará sin utilizar el concepto de Mínimo Común Múltiplo, por lo que se recomienda, después de que se haya entendido el concepto, realizar sumas o restas, como el siguiente ejemplo:</p> $\frac{5}{4} + \frac{7}{6} = \frac{5 \times 6 + 7 \times 4}{24} = \frac{58}{24} = \frac{29}{12}$
<p>Operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Prioridad • Combinación 	<p>13. Resolver problemas donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números naturales y con decimales.</p>	<p>▲ Se propone una combinación de operaciones para que se generalicen los conocimientos establecidos en 5° Año. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> $642,4 \div 12,56 - 1,2 \times 10,23 =$ $110 \times (263,7 - 4 \times 20,36) =$
<p>Cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación 	<p>14. Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de fracciones y números con decimales.</p>	<p>▲ Los problemas propuestos deben ser similares a los estudiados cuando se formalizó este tipo de operaciones en habilidades anteriores.</p> <p> Para establecer conexiones con <i>Medidas</i>, se pueden utilizar problemas vinculados a la obtención de distancias entre varias ciudades en un mapa haciendo uso de su escala, indicando al estudiantado que sus mediciones se hagan con una precisión de hasta milímetros.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • División • Potencias 		 Se brinda alguna representación gráfica de una suma de fracciones:  $\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$ <p>A partir de estos datos, cada estudiante debe plantear algún problema o situación donde los utilice.</p>
	15. Calcular mentalmente potencias mediante diferentes estrategias.	<p>▲ Es importante que cada estudiante trabaje mentalmente las potencias de 10 y los cuadrados perfectos.</p>  Se puede buscar una conexión con <i>Medidas</i> y sirve de repaso para algunos temas de esta área, por ejemplo: $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = 10^4 \text{ dm} = 10^5 \text{ cm} = 10^6 \text{ mm}$
	16. Aplicar el cálculo mental de los resultados de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.	▲ Proponer juegos, rallyes y otras actividades que permitan favorecer el cálculo mental.
	17. Determinar el resultado de operaciones con fracciones mediante el cálculo mental utilizando diferentes estrategias.	<p>▲ Deben usarse ejercicios simples como por ejemplo:</p> $\frac{3}{4} + 2$ $\frac{14}{5} - 1$ $\frac{3}{7} + \frac{6}{7}$ $\frac{13}{5} - \frac{3}{5}$ $\frac{5}{6} \times 1$ <p>Entre las posibles estrategias que cada estudiante debe manifestar durante la resolución de estas operaciones se citan:</p> <ol style="list-style-type: none"> El resultado de sumar o restar una fracción y un número natural se obtiene al multiplicar el denominador de la fracción y el número natural, luego sumar o restar dicho resultado al numerador y conservar en el proceso el denominador original. Sumar o restar los numeradores y conservar el denominador para el caso de fracciones homogéneas. Al multiplicar una fracción por 1 el resultado corresponde a la misma fracción.
	18. Utilizar la calculadora para resolver problemas y ejercicios numéricos con cálculos complejos.	 Se puede proponer problemas como el siguiente:  Determine la cifra de las unidades del resultado de la operación: 3^{2011}



Aquí la calculadora contribuye a agilizar el reconocimiento de un patrón presente en la cifra de las unidades que se obtienen al desarrollar algunas potencias. Este problema permite establecer conexiones con *Relaciones* y *Álgebra*.

Segundo ciclo, Geometría

Observaciones

Para cuarto año

El programa nuevo introduce el conocimiento de la simetría en este nivel, en este programa de transición esto no se abordará.

Con respecto al programa anterior las diferencias fundamentales son las siguientes:

- En este se introducen algunos cuerpos sólidos (cubo, prisma rectangular), así como paralelismo y perpendicularidad en el espacio; esto no se hace en el programa anterior.
- El programa anterior aborda los conceptos de superficie y área y el cálculo de perímetros y áreas, esto no se hace en este nivel en el nuevo programa.

Para quinto año

Dado que en el 2012 se vio perímetros en 4°, este programa de transición lo quita de 5° (en los nuevos programas aparece en 5°). También, se pasa lo que corresponde a coordenadas y traslaciones de 4° a 5° (para el 2013) y se quitan prismas y cilindros y en su lugar se ve cajas, cubos y esferas. El tema de coordenadas y traslaciones no está contemplado en el programa anterior.

Para sexto año

El programa nuevo propone el tema de simetría en este nivel, como una continuación de lo que se ve en 4°, puesto que en el 2013 los que ingresan a 6° no han visto simetría, entonces se sustituye los temas de simetría que están propuestos para 6° y se introducen los que están para 4°. Por otra parte, se quita lo de construcciones de polígonos para la transición 2013.

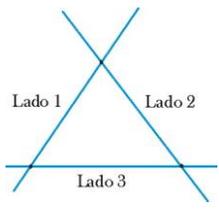
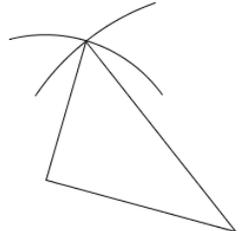
Habilidades generales

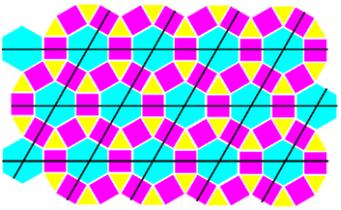
Las habilidades generales que deberán ser desarrolladas en *Geometría* al finalizar el Segundo ciclo son:

- Identificar figuras geométricas planas en el entorno y en diversos objetos.
- Identificar sólidos en el entorno y en diversos objetos.
- Clasificar figuras geométricas considerando el número de sus lados, las relaciones de posición entre ellos y sus aspectos métricos (ángulos, lados).
- Reproducir y trazar figuras geométricas.
- Abstracter algunas propiedades de las figuras geométricas.
- Aplicar el cálculo de perímetros y áreas de figuras poligonales y circulares en diversos contextos.
- Identificar y trazar figuras simétricas.

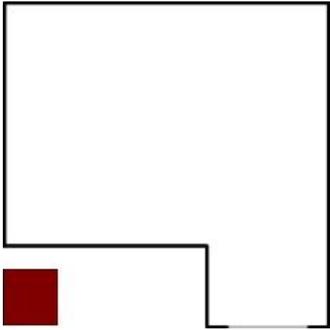
- Identificar relaciones entre figuras mediante giros y traslaciones.
- Utilizar vocabulario geométrico básico.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

4° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Triángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lado • Vértice • Ángulo • Base • Altura • Clasificación según la medida de sus lados - Equilátero - Isósceles - Escaleno • Clasificación según la medida de sus ángulos - Acutángulo - Rectángulo - Obtusángulo 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar diversos elementos de los triángulos (lado, vértice, ángulo, base, altura). 2. Clasificar triángulos de acuerdo con las medidas de sus ángulos. 3. Clasificar triángulos de acuerdo con las medidas de sus lados. 4. Estimar, por observación, si un triángulo es acutángulo, rectángulo u obtusángulo. 5. Estimar, por observación, si un triángulo es equilátero, isósceles o escaleno. 6. Trazar triángulos utilizando instrumentos tales como regla, compás, transportador. 	<p>▲ Se pide trazar tres rectas que se cortan en tres puntos. Se colorea la figura formada y se observa:</p> <p>¿Cuántos lados, cuántos vértices y cuántos ángulos?</p>  <p>▲ Con ayuda de los triángulos del tangrama pueden identificar los diferentes elementos que tiene y la cantidad de cada uno.</p> <p>▲ Brindarles una fotocopia con triángulos de diferentes tamaños y posiciones. Se les pide que midan con regla sus lados. Luego se pide que recorten y que los clasifiquen según las medidas que obtuvieron (en los que todos sus lados miden igual, los que tienen dos medidas iguales y los que no tienen ninguna medida igual). Se lleva a cabo la etapa de clausura con los conceptos de triángulo equilátero, isósceles y escaleno.</p> <p>▲ Utilizando los mismos triángulos recortados se solicita que midan los ángulos y que los clasifiquen según las medidas obtenidas. Se realiza la clausura con los conceptos de triángulo acutángulo, rectángulo y obtusángulo.</p> <p>▲ Identificar triángulos en los objetos de su entorno y clasificarlos por la medida de sus lados y por la medida de sus ángulos utilizando la observación.</p> <p>▲ Trazar triángulos con la ayuda del compás y la regla siguiendo los pasos que la o el docente le indica para que sean equiláteros, isósceles o escalenos.</p> 

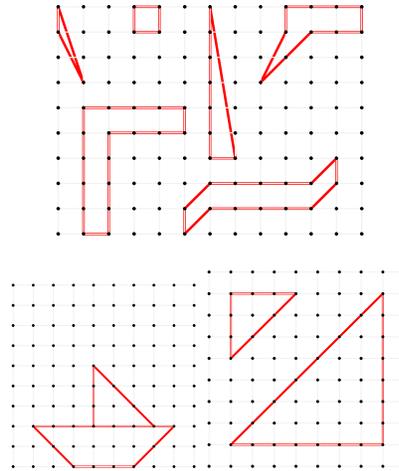
<p>Cuadriláteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lado • Vértice • Ángulo • Base • Altura • Diagonal • Paralelogramos - Rectángulo - Rombo - Romboide - Cuadrado • No paralelogramos - Trapecio - Trapezoide 	<p>7. Identificar diversos elementos de los cuadriláteros (lado, vértice, ángulo, base, altura, diagonal).</p> <p>8. Clasificar cuadriláteros en paralelogramos y no paralelogramos.</p> <p>9. Clasificar paralelogramos en cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.</p> <p>10. Trazar cuadriláteros que cumplan características dadas.</p> <p>11. Reconocer propiedades de cuadriláteros referidas a los lados, los ángulos y las diagonales.</p> <p>12. Clasificar los cuadriláteros no paralelogramos en trapecios y trapezoides.</p> <p>13. Identificar estas figuras y sus elementos (vértices, lados, ángulos) en objetos del entorno.</p> <p>14. Resolver problemas que involucren el trazado de diversos tipos de cuadrilátero.</p>	<p>▲ Para avanzar en el logro de estas habilidades, pueden trabajar con las piezas del tangrama para identificar entre ellas cuáles son cuadriláteros, o bien formar con ellas otros cuadriláteros e identificar sus elementos. Utilizando las piezas para la construcción de otras figuras, identificar cuadriláteros paralelogramos y no paralelogramos.</p> <p>▲ Con ayuda de papel cuadriculado, trazar cuadriláteros paralelogramos, recortar y trazar los diferentes elementos para luego pegarlos en el cuaderno.</p> <p>▲ Se observan y se verifican por medio de instrumentos de medición las propiedades de los lados (paralelos, perpendiculares, iguales) y de las diagonales (se cortan en el medio, iguales, perpendiculares).</p> <p>▲ Trazar con la ayuda del compás y de la escuadra cuadrados y rectángulos usando sus propiedades.</p> <p>▲ El doblado de papel es una estrategia útil para realizar construcciones geométricas y establecer propiedades.</p> <p> Actividades como el doblado de papel pueden propiciar el aprecio y disfrute por las Matemáticas.</p> <p>▲ Se les puede brindar trapecios y trapezoides de cartulina en un sobre (sin mencionar estos conceptos) y se les pide formar dos grupos. Luego, se hace la clausura con los conceptos de trapecio y trapezoide.</p> <p>▲ Se espera que encuentren los criterios de clasificación: los que tienen lados paralelos y los que no.</p> <p>▲ Se les pide que mencionen objetos que tienen estas formas o que identifiquen estas figuras en el entorno.</p>
<p>Polígonos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Regulares • Irregulares 	<p>15. Reconocer en dibujos u objetos del entorno si una línea corresponde o no a un polígono.</p> <p>16. Reconocer en dibujos u objetos del entorno polígonos regulares e irregulares.</p>	<p>▲ Se pretende que el estudiantado pueda determinar si una línea corresponde o no a un polígono, o bien si un polígono dado (dibujado o presente en un objeto) es regular o no.</p> <p>▲ Puede ampliar el tema con ilustraciones de mosaicos y trazando hexágonos regulares con la ayuda del compás. Por ejemplo, identificar polígonos regulares e irregulares en la siguiente figura:</p> 

<p>Cuerpos sólidos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cubos • Prismas rectangulares • Planos • Planos paralelos • Planos perpendiculares 	<p>17. Identificar cubos y prismas rectangulares en objetos del entorno.</p> <p>18. Identificar segmentos paralelos y perpendiculares en conexión con prismas rectangulares.</p> <p>19. Identificar planos en conexión con las caras de los prismas rectangulares.</p> <p>20. Aplicar el concepto de paralelismo y perpendicularidad de planos en conexión con prismas rectangulares.</p> <p>21. Identificar diversos cuadriláteros en conexión con cubos y prismas en general.</p>	<p>▲ Tanto aquí como en los niveles anteriores, el estudio de los cuerpos sólidos pretende una familiarización con ellos como forma general tridimensional, con sus nombres y con los elementos que los definen. Esto implica trabajar con material concreto que permita explorar e identificar las características de cada cuerpo. Este tipo de actividades se pueden hacer en equipos donde se le da un sólido diferente a cada grupo para que determine sus características y las exponga a los demás grupos.</p> <p>▲ La identificación de cuadriláteros en un cuerpo sólido está ligada al reconocimiento de las caras y cortes del sólido mediante planos.</p>
--	---	--

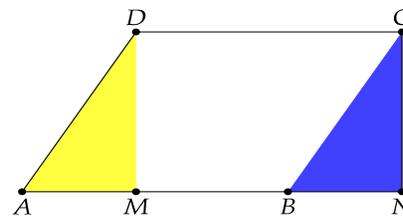
5° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Área</p> <ul style="list-style-type: none"> • Triángulos • Paralelogramos • Trapecios 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estimar áreas de figuras en conexión con objetos del entorno. 2. Calcular, utilizando fórmulas, el área de triángulos, cuadrados, rectángulos, paralelogramos y trapecios. 3. Reconocer figuras simples dentro de una más compleja. 4. Calcular áreas de figuras planas compuestas por triángulos, cuadrados, rectángulos, paralelogramos y trapecios. 5. Resolver problemas que involucren el cálculo de áreas de triángulos y cuadriláteros. 	<p>▲ Para introducir la noción de área se puede proponer un problema como el siguiente:</p> <p>😊 El siguiente es un dibujo del piso del cuarto de Juanita.</p>  <p>Los papás le van a poner mosaicos del tamaño del cuadrado de color café que se ve en la figura. ¿Cuántos necesitan para cubrir el piso?</p> <p>Las y los estudiantes establecerán estrategias para realizar el conteo, lo que permite llevar al concepto de área, tomando en este caso el cuadrado como unidad de medida.</p> <p>▲ Para diferenciar las nociones de perímetro y área se pide trazar un rectángulo, colorear en verde el contorno (perímetro)</p>

y rellenar el rectángulo de cuadritos de 1 cm^2 . Así se construye el concepto de área y la fórmula del área del rectángulo. Se les pide que hagan lo mismo con la figura de un cuadrado.

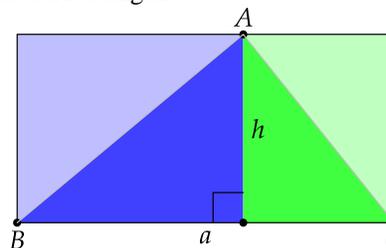
▲ Se trabaja la noción de área con el geoplano (cada estudiante puede construir el suyo en la casa). Tomando como unidad de medida el área del espacio entre 4 clavitos, se ordena calcular el área de figuras desplazando las ligas.



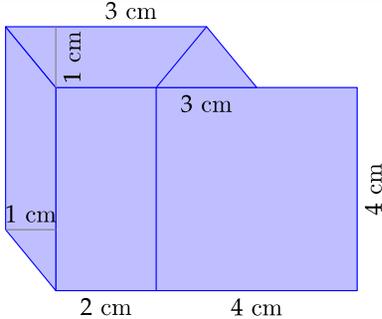
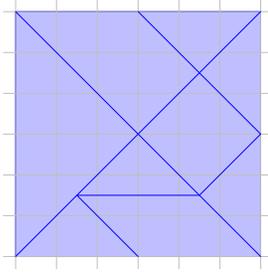
▲ Para construir y establecer la fórmula de cálculo del área del paralelogramo, se trabaja con el geoplano desplazando ligas o con papel cuadriculado recortándolo para formar un rectángulo.



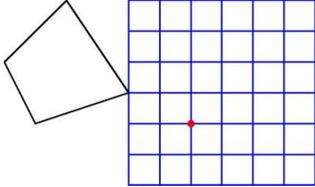
▲ Para construir y establecer la fórmula de cálculo del área del triángulo, se coloca éste dentro de un rectángulo y se introduce la noción de altura. El área del triángulo medirá la mitad del área del rectángulo.

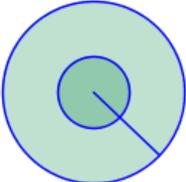
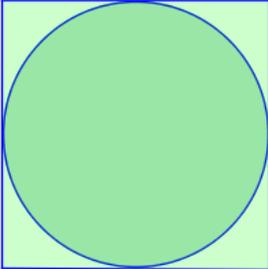


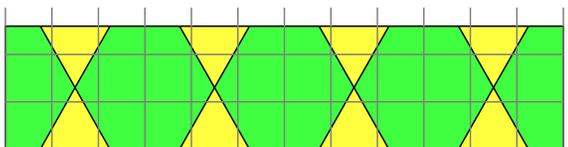
▲ Brindar problemas donde se requiere el área total de una figura para que apliquen las diferentes fórmulas. Por ejemplo, calcular el área de la siguiente figura:

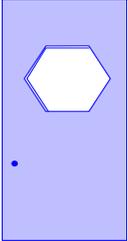
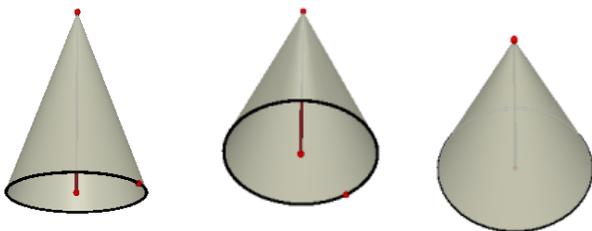
	 <p>Con el estudio de las áreas debe quedar clara la estrecha relación existente entre <i>Geometría y Relaciones y Álgebra</i> y entre <i>Geometría y Números</i>.</p>
<p>6. Plantear problemas utilizando los conocimientos adquiridos de áreas de figuras.</p>	<p>Se activa el proceso <i>Plantear y resolver problemas</i> cuando se les solicita que construyan un problema, con determinada información o representación gráfica, relacionada con conocimientos adquiridos acerca de perímetros y de áreas de polígonos (triángulos, cuadrados, rectángulos, paralelogramos y trapecios).</p> <p>Se puede facilitar la siguiente figura en una hoja fotocopiada, la cual corresponde al cuadrado que se forma con las partes del tangrama:</p>  <p>Posteriormente, se propone formular un problema que utilice esta figura o las que la componen.</p> <p>Por ejemplo, se podrían enunciar las siguientes interrogantes con base en la figura:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuál es el área del cuadrado mayor y cuál es el área del cuadrado menor? ¿Cuánto más grande es el cuadrado mayor con respecto al menor de acuerdo con su área? Construya utilizando todas las partes del tangrama dos figuras que tengan igual área. Construya utilizando todas las partes del tangrama dos figuras que tengan igual perímetro. <p>La búsqueda de un problema basado en una situación dada puede requerir tiempo de reflexión por parte de las y los estudiantes, esto estimula la perseverancia.</p>

<p>Geometría Analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Puntos • Figuras 	<p>7. Representar puntos y figuras utilizando coordenadas en el primer cuadrante.</p>	<p>☺ Se utiliza un sistema de referencia con indicaciones de los puntos cardinales. Esto permitiría localizar puntos en el plano. Por ejemplo, se puede realizar una actividad donde el cuadriculado del piso del aula represente un sistema de coordenadas; un vértice de uno de los cuadros es el punto de referencia, de modo que a la derecha de él está el Este (si no se cuenta con un piso cuadriculado se puede utilizar unidades de medida específicas para realizar los desplazamientos). Luego se solicita a varias personas caminar una determinada distancia al Este y otra al Norte y que se posicione ahí. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> Una persona A que camine 3 cuadros al Este y 2 al Norte. Otra persona B que camine 4 cuadros al Este y 6 al Norte. Una persona C que camine 7 cuadros al Este y 1 al Norte. Una persona D que camine 8 cuadros al Este y 5 al Norte. <p>Posteriormente, se solicita a las demás determinar el tipo de figura que ellas formaron. Luego se puede proponer que intenten formar un rectángulo y que describan las coordenadas necesarias para ello.</p> <p>☀ Esta actividad es un ejemplo de participación activa y colaborativa para lograr un aprendizaje más significativo.</p>
<p>Transformaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Traslaciones 	<p>8. Reconocer figuras que se obtienen mediante traslación de otras.</p>	<p>▲ Se puede comenzar con el desplazamiento de una persona o deslizando objetos o figuras sobre el piso o sobre cualquier superficie plana.</p> <p>▲ Dada una figura, cada estudiante podrá trazar otra que se traslada a otra posición, utilizando papel cuadriculado. Se le puede pedir que traslade el cuadrilátero que se da en la figura al cuadriculado de modo que uno de los vértices sea el punto rojo.</p>

		 <p>⚙️ Luego se le pregunta sobre qué elementos del cuadrilátero permanecen invariantes (se deberá expresar en su propio vocabulario que las medidas de los ángulos y de los lados permanecen constantes). Proceso involucrado: <i>Comunicar.</i></p>
<p>Cuerpos sólidos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Esfera - Radio - Diámetro • Caja • Cubo - Arista - Cara 	<p>9. Reconocer el radio y diámetro de esferas.</p> <p>10. Reconocer cuáles cajas corresponden a cubos.</p> <p>11. Reconocer los elementos de cajas y cubos (caras y aristas).</p> <p>12. Reconocer diferencias y semejanzas entre cajas y cubos.</p>	<p>▲ Dados varios objetos con forma de caja, se pide determinar cuál o cuáles son cubos. Identificar también sus caras y aristas.</p> <p>▲ Se les puede solicitar que formen grupos y que elaboren una lista de objetos conocidos, con su respectiva clasificación, según sean esferas o cubos. Además, que identifiquen los elementos de dichos objetos.</p>
	<p>13. Plantear problemas con base en imágenes de cuerpos sólidos.</p>	<p>▲ Es importante que cada estudiante utilice los conocimientos adquiridos en el planteamiento de problemas. Se le debe proporcionar cierta información para que, de forma creativa, proponga algún problema o ejercicio que utilice la información dada. Por ejemplo:</p> <p>😊 Se ofrecen imágenes de objetos como las siguientes (también podrían ser objetos físicos):</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">1 </div> <div style="text-align: center;">2 </div> <div style="text-align: center;">3 </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">4 </div> <div style="text-align: center;">5 </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">Imágenes cortesía de DigitalPhotos.net</p> <p>Luego, se pide formular un problema o ejercicio donde se involucre uno o más de los anteriores objetos. Por ejemplo, se podrían enunciar las siguientes situaciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Con base en las anteriores imágenes, ¿cuál o cuáles representan cubos? b. Con base en la imagen del objeto 1, señale una arista y pinte de color negro una cara. c. Señale en la esfera 5 un radio y en la esfera 3 un diámetro. <p>⚙️ Con esto se activa el proceso Plantear y resolver problemas.</p>

6° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Circunferencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diámetro • Radio • Centro • Cuerda • Ángulo central • Cuadrante • Número π • Longitud • Área 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Resolver problemas que involucren el cálculo de perímetros y áreas de diversas figuras. 2. Identificar circunferencias en dibujos y objetos del entorno. 3. Identificar elementos de una circunferencia (diámetro, radio, centro, cuerda, ángulo central, cuadrante). 4. Estimar la medida de la circunferencia conociendo su diámetro. 5. Identificar π como la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro. 6. Utilizar el número π para calcular la medida de circunferencias. 7. Calcular el área de círculos. 8. Calcular el área de figuras compuestas por círculos, triángulos y cuadriláteros. 	<p>▲ Utilizando lana, cintas de papel y objetos cilíndricos puede darse una idea del significado de π, así como de su valor aproximado. Se solicita previamente a cada estudiante traer un objeto de forma circular o cilíndrica y varias tiras largas de papel. Cada quien tomará la cinta de papel y la colocará de tal modo que coincida con la circunferencia que se puede identificar en el objeto. Es probable que deba cortar o añadir parte de la cinta con el propósito de que ésta se ajuste lo mejor posible al borde o forma circular. Hecho lo anterior, se retira momentáneamente la cinta y se procede a tomar otra que se extienda lo correspondiente al diámetro de la forma circular utilizada con anterioridad. Se pide a la clase que comparen la longitud de las dos cintas para buscar una relación. Se espera que manifiesten que sin importar su longitud, la circunferencia es aproximadamente el triple del diámetro respectivo. Luego se busca reflexionar sobre la exactitud de dicha afirmación y se procede a la clausura con la sistematización del concepto del número π y de la fórmula que permite el cálculo de la circunferencia.</p> <p>▲ Proponer problemas para hallar la medida de la circunferencia utilizando el diámetro, como por ejemplo:</p> <p>☺ El fondo de un plato tiene un radio de 6 cm. Si el diámetro de todo el plato es de 30 cm, ¿cuál es la circunferencia del fondo del plato y la del borde del plato?</p>  <p>▲ Se puede estimar el área de círculos y luego proporcionar la fórmula.</p> <p>▲ Proponer problemas para hallar la medida del área de diferentes figuras, como por ejemplo:</p> <p>☺ Carlos dibujó un círculo del tamaño exacto de una hoja cuadrada de 28 cm de lado, luego lo recortó. ¿Cuál es el área del sobrante de la hoja y el área del círculo recortado?</p> 

		 <p>Se puede solicitar que construyan un problema con base en el siguiente artículo del Reglamento de la Ley No. 7600 sobre la igualdad de oportunidades para la persona con discapacidad:</p> <p>ARTICULO 110.- Dormitorio principal El dormitorio principal de la vivienda deberá disponer de por lo menos un espacio libre de maniobra con un diámetro mínimo de 1,50 m. Idealmente, esta área debería estar ubicada enfrente de los armarios de los dormitorios. Un espacio libre con un ancho mínimo de 0,90 m debe proporcionarse por lo menos a un lado de la cama. Un pasadizo de 1,20 m de ancho debe proporcionarse entre los pies de la cama y la pared opuesta.</p> <p>Este tema está relacionado con el eje transversal <i>Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz.</i></p>  <p>Un detalle histórico que puede introducirse como medio para conectar <i>Geometría</i> con Geografía es la forma como Eratóstenes realizó una medida aproximada del radio terrestre.</p>  <p>Es muy importante que se generen los espacios apropiados para escuchar las respuestas y los razonamientos utilizados por las y los estudiantes. Sólo de esta forma se podrá corregir a tiempo los errores de aprendizaje y aplicar las medidas correctivas. Procesos involucrados directamente: <i>Comunicar, Razonar y argumentar.</i></p>
<p>Polígonos regulares</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ángulo central • Radio • Apotema • Área • Perímetro 	<p>9. Identificar diversos elementos en un polígono regular.</p> <p>10. Identificar elementos de un polígono inscrito en una circunferencia (ángulos centrales, radio, apotema).</p> <p>11. Calcular el perímetro de polígonos regulares.</p> <p>12. Resolver problemas que involucren el cálculo de perímetros y áreas de diversas figuras relacionadas con polígonos y circunferencias.</p>	<p>▲ Para iniciar el estudio de los polígonos regulares y sus áreas se puede proponer inicialmente un problema como el siguiente:</p>  <p>Un muro tiene el siguiente diseño:</p>  <p>Se va a pintar utilizando dos colores: verde y amarillo, tal como se indica en el dibujo (cada cuadrado mide un metro de lado). Generalmente la pintura se vende por galones, cada galón cubre aproximadamente 30 metros cuadrados. Realice un estimado de la cantidad de pintura de cada color que se requiere si se le va a dar una sola mano de pintura al muro.</p> <p>▲ Se estudiarán polígonos regulares de máximo diez lados.</p> <p>▲ Al construir polígonos inscritos en una circunferencia se les puede indicar que identifiquen con colores diferentes la apotema, los ángulos centrales y el radio.</p>

		<p>▲ Proponer problemas donde se debe encontrar el área de polígonos regulares, como por ejemplo:</p> <p>😊 Una puerta mide 95 cm de ancho y 220 cm de alto. En la parte superior tiene un vidrio en forma hexagonal de 30 cm de lado. ¿Cuál es el área de la puerta sin el vidrio?</p>  <p>💡 Los problemas referidos a situaciones cotidianas desarrollan en la o el estudiante la confianza en la utilidad de las Matemáticas.</p> <p>⚙️ Problemas como el anterior hacen conexiones con el área de <i>Medidas</i> y con situaciones cotidianas.</p>
<p>Cuerpos sólidos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cubo • Prismas • Cilindros • Conos • Pirámides • Esfera 	<p>13. Clasificar cuerpos sólidos por su forma.</p>	<p>▲ Brindar material fotocopiado con figuras que representan partes de ciertos cuerpos para que ellos los puedan observar, reconocer, recortar y pegar para formar cuerpos geométricos.</p> <p>⚙️ Se puede pedir al grupo que elabore una tabla que indique la cantidad de objetos de esas formas que hay en el aula o en la institución y organice la información de acuerdo con sus características. Esto conecta con el área de <i>Estadística</i> y <i>Probabilidad</i>.</p> <p>🦉 Los trabajos y descubrimientos de Arquímedes concernientes a la comprensión de las relaciones entre los cuerpos sólidos pueden constituir un elemento motivador para la o el estudiante. Él demostró que si se tiene un cilindro y una esfera inscrita en él, entonces tanto las superficies como los volúmenes de estos cuerpos sólidos están en razón 3:2. Como detalle curioso: un día Arquímedes estaba muy concentrado estudiando una figura geométrica que había dibujado en la arena, uno de los soldados romanos que habían invadido Siracusa le pidió varias veces que lo acompañara; sin embargo, Arquímedes no le hizo caso, por lo que el soldado sacó su espada y lo mató.</p> <p>📊 A través de un software se pueden mostrar varias vistas de un cuerpo sólido.</p> 

14. Calcular el volumen de los cuerpos sólidos simples: cubo, prisma, cilindro, cono, pirámide y esfera.

▲ Se puede introducir el tema de volúmenes con el caso particular del cubo de una unidad de arista y así poder construir el concepto de unidad cúbica. Por ejemplo:



En un “kinder” se tienen 64 cubos de madera de diferente color y de un decímetro de arista. Si se desea guardarlos en una caja de madera, entonces ¿cuáles podrían ser las dimensiones de la caja?



Imágenes cortesía de FreeDigitalPhotos.net

Lo interesante de este problema es que hay varias soluciones correctas. Por ejemplo, una de ellas puede ser una caja en forma de cubo de 4 dm de arista, otra solución puede ser una caja de 8 dm de largo, 4 dm de ancho y 2 dm de altura.

Es importante en este problema poder llevar al concepto de volumen de un cuerpo sólido por medio de la unidad cúbica. Además con este ejemplo se puede construir la fórmula del volumen de un prisma.

▲ Sobre el volumen de cilindros, conos, pirámides y esferas se hacen algunas observaciones en la sección de indicaciones metodológicas.



La siguiente situación refiere a los ejes transversales:

El compostaje es el procesamiento controlado de residuos orgánicos para que sean descompuestos por microorganismos aeróbicos y se obtenga un producto llamado compost que se puede utilizar como abono orgánico. Es una práctica utilizada tanto para reducir el efecto contaminante de residuos orgánicos de la actividad agropecuaria como para aprovechar materiales orgánicos tales como vegetales y boñiga de animales, los cuales se transforman rápidamente en abono orgánico, mejorando así la fertilidad del suelo.

La siguiente es una forma sencilla y práctica de hacer compost. Se escoge un lugar lo suficientemente despejado, plano y limpio, de manera que facilite la preparación de la mezcla. Primero se coloca una capa de 10 centímetros de espesor de estiércol (boñiga) ya sea de vaca, caballo, conejo, cabra, oveja o gallina. Esta capa se humedece con agua de melaza proveniente de la mezcla de 1 parte de melaza con 5 partes de agua. Luego se coloca encima una capa de 20 cm de espesor de material vegetal picado en pequeños trozos, pueden ser residuos de frutas, ramas, etc.

		<p>Esta segunda capa también se riega con agua de melaza. Se pueden ir colocando varias capas alternativamente de estiércol y material vegetal, una sobre otra sin que la altura total sobrepase un metro.</p> <p>Fuente: Ministerio de Agricultura y Ganadería. Recuperado de http://www.mag.go.cr/bibliotecavirtual/index.html#HERMES_TABS_6_1)</p> <p>▲ Esta lectura tiene un contenido matemático importante que puede ser utilizado para redactar diversos problemas. Por ejemplo, ¿cuál es el volumen de la mezcla si se ponen 2 capas de estiércol y dos de material vegetal sobre una superficie rectangular de 5 dm por 1,2 m? Esto conecta con el área de <i>Medidas</i> y está relacionado con los ejes transversales.</p> <p>⚙️ También se puede hacer una conexión con <i>Relaciones y Álgebra</i> en la parte de proporciones (melaza/agua).</p>
<p>Simetría</p> <ul style="list-style-type: none"> • Figura simétrica • Eje de simetría • Puntos homólogos • Distancia de un punto al eje de simetría 	<p>15. Identificar los ejes de simetría de una figura.</p> <p>16. Ubicar un punto homólogo a otro respecto a una recta.</p> <p>17. Trazar una figura simétrica a otra respecto a una recta.</p> <p>18. Estimar la distancia de un punto al eje de simetría.</p>	<p>😊 Se puede presentar un dibujo como el siguiente y pedir a las y los estudiantes que colorean las partes que faltan por colorear y que den una explicación de por qué utilizaron esos colores. Esto permitirá introducir el concepto de figura simétrica, eje de simetría y puntos homólogos.</p> <div style="text-align: center;">  <p>Imagen con derechos adquiridos por el MEP</p> </div> <p>⚙️ El proceso <i>Comunicar</i> se activa cuando se pide que se explique el porqué de los colores utilizados.</p> <p>▲ Manipulación con papel: con la mitad de una figura, por ejemplo una mariposa, se dobla y se dibuja la segunda mitad por transparencia. Se buscan puntos homólogos en las dos mitades simétricas.</p> <p>▲ Con papel cuadriculado, trazar la imagen simétrica de una figura sencilla con respecto a una recta horizontal o vertical.</p> <p>▲ Se pretende que se puedan identificar figuras simétricas simples con sólo un eje de simetría. También, conviene usar figuras muy simples con más de un eje de simetría (por ejemplo un cuadrado), lo que permite trabajar con ejes de simetría horizontales, verticales y oblicuos.</p> <p>▲ La distancia de un punto al eje de simetría de una figura se estimará por medición con una regla graduada o mediante el trazado en papel cuadriculado. La distancia de un punto A a una recta es la medida del segmento perpendicular cuyos extremos son el punto A y el punto de intersección de la recta y el segmento.</p>

Segundo ciclo, Medidas

Observaciones

El programa de transición 2013 en esta área, para el II ciclo, es el mismo que se establece en los nuevos programas. Su diferencia con respecto al programa anterior es el enfoque.

Habilidades generales

Las habilidades generales que se deberán lograr en el área de *Medidas* al finalizar el Segundo ciclo son:

- Realizar mediciones (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura).
- Estimar medidas (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura).
- Aplicar el sistema métrico decimal.
- Aplicar la medición en diversos contextos.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

4° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Superficie <ul style="list-style-type: none"> • Metro cuadrado • Múltiplos • Submúltiplos • Estimación • Conversiones 	1. Estimar áreas utilizando el metro cuadrado, sus múltiplos y submúltiplos. 2. Realizar conversiones entre este tipo de medidas.	▲ Se puede iniciar con un problema; por ejemplo:  Se quiere una tapia alrededor de un patio de 10 m de ancho y 8 m de largo, si la altura de la tapia es de 3 m, ¿cuál es el área de la tapia que se quiere colocar?  Al proponer más situaciones cercanas al entorno estudiantil, se desarrolla la confianza en la utilidad de las Matemáticas.
Moneda <ul style="list-style-type: none"> • Monedas • Billetes • Relaciones 	3. Establecer la relación bancaria entre las monedas y billetes de todas las denominaciones. 4. Aplicar el uso de cantidades monetarias en diversas situaciones reales o ficticias.	▲ Proponga problemas del siguiente tipo:  En un cajero electrónico Randall recibió el siguiente dinero en efectivo: tres billetes de ₡20 000, uno de ₡10 000, dos de ₡5000, cuatro de ₡2000 y 3 de ₡1000. ¿Cuál fue el monto total que despachó el cajero automático?  ¿Cuántas monedas de ₡500 (o de ₡100, de ₡25, de ₡10) se necesitan para tener ₡10 000? (Se trabaja de manera implícita la proporcionalidad).  Utilizar la calculadora en los cálculos complejos.

<p>Temperatura</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grados Celsius • Grados Fahrenheit • Conversiones 	<p>5. Medir temperaturas en las escalas Celsius y Fahrenheit utilizando instrumentos apropiados.</p> <p>6. Realizar conversiones de mediciones de temperatura entre estas dos escalas.</p> <p>7. Aplicar la medición de temperatura a situaciones reales o ficticias.</p>	<p>▲ Utilizar las diferentes escalas en la solución de problemas como por ejemplo:</p> <p> El punto de ebullición del agua al nivel del mar es 100 °C. ¿Cuál es su punto de ebullición en grados Fahrenheit?</p> <p> Este ejemplo muestra la importante conexión que existe entre <i>Números</i> y <i>Medidas</i>, ya que el problema no podrá resolverse si cada estudiante no tiene los conocimientos que le permitan manipular expresiones numéricas. Además muestra una esencial conexión entre Matemáticas y Ciencias.</p>
<p>Tiempo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Año • Mes • Semana • Hora • Minuto • Segundo • Conversiones 	<p>8. Estimar el tiempo utilizando años, meses, semanas, horas, minutos y segundos.</p> <p>9. Medir el tiempo utilizando años, meses, semanas, horas, minutos y segundos.</p> <p>10. Realizar conversiones entre estas medidas.</p>	<p>▲ Se pueden plantear retos donde se aplique el cálculo mental. Se da un año y se pide estimar la edad que tendría la persona que nació en ese año. También una persona da su edad en años y meses cumplidos, otra u otro estima el año y el mes en que nació.</p> <p> Se plantean problemas que permitan valorar sólo la estrategia empleada. Los cálculos se realizan por medio de la calculadora. Por ejemplo:</p> <p> Miguel en este momento tiene aproximadamente 348 meses y su esposa tiene 11 315 días. ¿Cuál de los dos tiene más edad?</p>
<p>Sistema métrico decimal</p> <ul style="list-style-type: none"> • Longitud • Peso • Capacidad • Superficie 	<p>11. Aplicar el sistema métrico decimal en situaciones reales o ficticias.</p> <p>12. Realizar conversiones entre diversas unidades de medida.</p> <p>13. Resolver problemas que involucren diversas medidas.</p>	<p> El estudio del sistema métrico decimal puede introducirse mediante el uso de la historia de su implantación en Costa Rica.</p> <p>▲ Hay que manipular instrumentos para medidas en metro, decímetros, decímetros. Trabajar con pesas y recipientes para los líquidos.</p> <p>▲ Introducir los cuadros de conversiones sin dejar de lado el cálculo mental ($1\text{ m} = 100\text{ cm}$; $3\text{ m} = \dots\text{ cm}$).</p>
<p>Ángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grados 	<p>14. Comparar ángulos a simple vista, usando un modelo.</p> <p>15. Medir ángulos en grados.</p> <p>16. Resolver problemas en los que se utilice la medición en grados.</p>	<p>▲ Cada estudiante puede construir un transportador: vuelta completa del círculo: 360 grados. Se divide en 2 (180°), en 4 (90°), en 6, en 12.</p> <p>▲ Encontrar en el aula ángulos inferiores a 30°, superiores a 45°, superiores a 90°.</p> <p>▲ Estimar el valor de un ángulo. Averiguar medidas de ángulos con el transportador.</p> <p>▲ Plantear problemas que hagan conexión entre fracciones y medida de ángulos.</p> <p> El grado tiene su origen en la antigüedad, gracias a los babilonios cuya base de numeración era 60.</p> <p> Este tipo de problema conecta con el área de <i>Geometría</i>.</p>

5° Año														
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales												
Moneda	1. Aplicar el uso del sistema monetario nacional en situaciones ficticias o del entorno.	<p>▲ Se pueden plantear problemas como el siguiente:</p>  Una ensalada requiere de $\frac{1}{2}$ kg de pepino, 750 g de tomate, 1 lechuga criolla, 100 g de zanahoria rallada y 50 g de cebolla. La siguiente tabla proporciona los precios en colones de estos ingredientes. <table border="1" data-bbox="885 499 1312 693"> <thead> <tr> <th>Ingrediente</th> <th>Precio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Tomate</td> <td>650 el kg</td> </tr> <tr> <td>Cebolla</td> <td>1000 el kg</td> </tr> <tr> <td>Lechuga</td> <td>250 la unidad</td> </tr> <tr> <td>Zanahoria</td> <td>350 el kg</td> </tr> <tr> <td>Pepino</td> <td>700 el kg</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Cuánto cuesta el total de los ingredientes de la ensalada?</p>  Con este tipo de problemas se pueden abordar temas como la salud y la buena nutrición, enfatizando en la riqueza de las frutas y vegetales para el buen funcionamiento del cuerpo humano. Además, tiene conexión con <i>Números</i> .	Ingrediente	Precio	Tomate	650 el kg	Cebolla	1000 el kg	Lechuga	250 la unidad	Zanahoria	350 el kg	Pepino	700 el kg
Ingrediente	Precio													
Tomate	650 el kg													
Cebolla	1000 el kg													
Lechuga	250 la unidad													
Zanahoria	350 el kg													
Pepino	700 el kg													
Diversas medidas <ul style="list-style-type: none"> • Longitud • Peso • Capacidad • Superficie • Tiempo • Ángulos 	2. Aplicar las diversas medidas en la resolución de problemas que se presenten en situaciones ficticias y del entorno.	 Se puede trabajar con los mapas digitales de Internet para la creación de actividades como calcular la distancia entre dos pueblos, lo cual se puede aprovechar para insistir en la importancia de la escala.												
	3. Realizar estimaciones de diversas medidas.	 Aquí se establece una conexión con <i>Números</i> y con la asignatura Estudios Sociales.												
		 Diversas actividades relacionadas con medidas pueden potenciar el respeto, aprecio y disfrute de las Matemáticas.												

6° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Volumen <ul style="list-style-type: none"> • Metro cúbico • Múltiplos • Submúltiplos • Conversiones 	1. Utilizar el metro cúbico, sus múltiplos y submúltiplos en diversas situaciones ficticias o del entorno.	<p>▲ Plantear problemas como:</p>  En la comunidad en que vive Francisco se está racionando el agua todos los lunes, por lo que su mamá, el día anterior, llena 3 envases de 2 dm^3 cada uno. ¿Cuántos litros de agua recoge en total la mamá de Francisco?
	2. Realizar conversiones de unidades cúbicas.	

<ul style="list-style-type: none"> • Relación decímetro cúbico - litro 	<p>3. Establecer relaciones entre el decímetro cúbico y el litro, así como múltiplos y submúltiplos de ellos.</p> <p>4. Aplicar esas relaciones en situaciones ficticias o del entorno.</p>	 Este ejemplo muestra cómo utilizamos las Matemáticas en situaciones cotidianas. Se puede llevar el problema aun más allá y poner a cada estudiante a razonar sobre cuánta cantidad de agua necesita su familia diariamente y de esta forma concientizar sobre la importancia de racionar.
<p>Diversas medidas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Longitud - Nanómetro • Masa • Capacidad • Superficie • Tiempo • Temperatura • Moneda: colones, dólares, euros 	<p>5. Aplicar las diversas medidas en la resolución de problemas dados en situaciones ficticias o del entorno.</p> <p>6. Realizar estimaciones de diversas medidas.</p> <p>7. Realizar conversiones monetarias: colones a dólares, colones a euros y viceversa.</p>	<p>▲ Se introduce la unidad de medida de longitud denominada nanómetro, y se repasan las demás, utilizando problemas de mayor complejidad, con conversiones entre nanómetros (nm) y milímetros (mm). Por ejemplo, si un chip actualmente puede medir 30 nm, ¿cuál sería la medida de ese chip en mm? Se pide investigar los tipos de cambio y realizar conversiones en situaciones reales o ficticias; por ejemplo, de precios de artículos que aparecen en Internet, en periódicos u otros medios.</p> <p> El 23 de diciembre de 2011, el periódico <i>La Nación</i> publicó una noticia que decía “En este 2011 se dio una reducción del 50% del área afectada por incendios forestales en el país. En otras palabras, el área quemada pasó de 18 683 hectáreas en el 2010 a 9 500 en el 2011.”</p> <p>Esta información puede servir para redactar un problema que conecta con situaciones de la vida real y que además puede hacer conexión con el área de <i>Relaciones y Álgebra</i>. Puede utilizarse para explicar que existe otro tipo de unidades para medir superficie e indicar la relación entre esta unidad y el kilómetro cuadrado.</p> <p> Lo anterior conecta con uno de los ejes transversales: <i>Cultura Ambiental para el Desarrollo Sostenible</i>.</p> <p> Se plantean problemas como el siguiente, de forma tal que la atención se centre en la estrategia de resolución y no en la labor de cálculo:</p> <p> Una pequeña empresa tiene una cuenta en colones en la que hay ₡ 6 568 535. Para realizar transacciones en el extranjero necesita abrir una cuenta en dólares, para ello decide tomar una octava parte del monto depositado en la primera cuenta. Además, debe transferir a otra empresa la suma de 1370 euros. Después de esto, ¿cuánto dinero le queda a la empresa en su cuenta en colones? (Es importante que cada estudiante investigue el tipo de cambio del dólar y el euro con respecto al colón en ese día o semana).</p>
	<p>8. Plantear problemas contextualizados que involucren, para su solución, diversos tipos de medidas y sus respectivas conversiones.</p>	<p>▲ Se busca el planteo de problemas contextualizados que requieran el uso de diferentes tipos de medidas. Se puede presentar a la clase una información determinada para que la contextualicen y puedan así enunciar un problema.</p> <p> Se les proporciona el siguiente cuadro de información acerca de la capacidad de tres recipientes:</p>

		Recipiente			
		Capacidad	1,7 litros	1600 cm ³	1,8 dm ³

Elaboración propia

Luego, se les propone formular un problema donde se tome en cuenta uno o más de los datos proporcionados en el cuadro.

Un ejemplo de problema:

Pedro irá de gira educativa con sus compañeros a una empresa que fabrica confites, para esto se pide que cada estudiante lleve a la gira un recipiente vacío para guardar los confites que regalará la empresa. Pedro tiene tres recipientes: dos cilíndricos y uno cúbico, las indicaciones de los recipientes muestran que tienen respectivamente las siguientes capacidades 1,7 litros, 1600 cm³ y 1,8 dm³. ¿Cuál recipiente debe escoger Pedro para poder recoger más confites?

Segundo ciclo, Relaciones y Álgebra

Observaciones

Para cuarto año

Los conocimientos adquiridos por los estudiantes en los tres años previos permitirán un desarrollo apropiado de los conocimientos contenidos en el programa para cuarto año. Hay que tomar en cuenta las indicaciones puntuales que aclaran los usos dados a ciertos términos que aparecen en la malla curricular del programa nuevo.

Para quinto año

En quinto año ya se introducen conceptos que son fundamentales para comprender las relaciones y particularmente las funciones: variable dependiente, variable independiente, relación entre cantidades que varían simultáneamente, representación de expresiones matemáticas en forma algebraica. Estos conceptos están presentes en el primer ciclo en forma implícita, pero ahora emergen con nombres propios. Se espera que este acercamiento paulatino (en forma espiral) a ellos, desde el primer año, facilite su reconocimiento y comprensión.

También se retoma el concepto de sucesiones y patrones, elevando su nivel de complejidad, al trabajar con representaciones algebraicas.

Para sexto año

Los conocimientos desarrollados en sexto año potencializan la modelización matemática y la precepción de la utilidad de las matemáticas para resolver problemas contextualizados.

Los conocimientos no contemplados en los programas de estudio del 2005 son: representaciones de puntos en el plano de coordenadas cartesianas e inecuaciones de primer grado.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberá tener cada estudiante en *Relaciones y Álgebra* al finalizar el Segundo ciclo son:

- Analizar patrones numéricos y no numéricos.
- Pasar de representaciones verbales a numéricas.
- Representar relaciones entre cantidades variables.
- Determinar el valor desconocido en una expresión numérica.
- Analizar gráficas de figuras con escala.
- Identificar distintas representaciones de una proporción numérica.
- Utilizar letras para representar cantidades variables.

- Aplicar regla de tres y porcentaje en la solución de problemas.
- Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

4° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Sucesiones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Patrones 	<p>1. Analizar patrones en sucesiones con figuras, representaciones geométricas y en tablas de números naturales menores que 1 000 000.</p>	<p>▲ En el programa de estudio del 2005 se utilizó el nombre series para las sucesiones. Entre los objetivos para el primer año, en el programa mencionado, se encuentran la búsqueda de patrones de series (sucesiones en el programa nuevo) numéricas sencillas, dibujos geométricos y otros, mientras que la recolección de datos en tablas de doble entrada fue vista en el área de Estadística. En el tercer año se construyeron sucesiones numéricas ascendentes o descendentes a partir de un criterio dado o bien identificando el criterio en una sucesión dada.</p> <p>▲ Se pueden proponer sucesiones recursivas y sucesiones que requieren dos operaciones para que cada estudiante explore, conjeture e identifique su patrón.</p> <p> Por ejemplo: 3, 7, 23, 86, 343, ... (cuadruplicar el número y restar 5 al resultado).</p> <p>Otro ejemplo es la sucesión de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, (cada término es la suma de los dos términos anteriores).</p> <p> Este tipo de ejercicio requiere de un mayor esfuerzo, por esta razón usted puede presentar la actividad como un desafío que implica ser perseverante. La búsqueda de patrones es una herramienta muy importante.</p> <p> Cada estudiante puede compartir la estrategia utilizada para identificar el patrón en un ambiente de respeto mutuo. Para la construcción de sucesiones con figuras se recomienda la utilización de materiales concretos, principalmente los que son reciclables, para desarrollar una <i>Cultura ambiental para el desarrollo sostenible</i>.</p> <p>▲ Las sucesiones de Fibonacci resultan muy interesantes porque fortalecen el cálculo mental.</p> <p> Al introducir el tema de sucesiones, resulta motivador dar una breve reseña de los aportes del matemático italiano Leonardo de Pisa (1170-1250) (conocido como Fibonnacci) en su obra <i>Libro del Ábaco</i> publicada en el año 1202. Un problema famoso planteado por él en dicha obra es el de la reproducción de conejos: suponga que la vida de los conejos es eterna y que cada mes una pareja de conejos procrea una nueva pareja, que es fértil a los dos meses. Si se comienza con</p>

		<p>una pareja de recién nacidos, ¿cuántas parejas de conejos se tendrá al final de 1 año?</p>  <p>Imagen cortesía de FreeDigitalPhotos.net</p> <p>Los primeros números de Fibonacci son:</p> <p style="text-align: center;">1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55</p> <p>Se observa que cada término, a partir del tercero, es la suma de los dos anteriores. La sucesión anterior se conoce como sucesión de Fibonacci mientras que los números que aparecen en ella se llaman números de Fibonacci. Esta sucesión aplicaciones en las artes, arquitectura, mercado financiero, y con la razón aurea. Realmente un tema interesante para un trabajo de investigación.</p>
	<p>2. Aplicar sucesiones y patrones para resolver problemas contextualizados.</p>	
<p>Representaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Numérica • Verbal • Tabular 	<p>3. Representar una expresión matemática dada en forma verbal utilizando números y letras.</p> <p>4. Construir tablas que cumplan las especificaciones dadas en forma verbal.</p> <p>5. Plantear y resolver problemas formulados verbalmente.</p>	<p>▲ Dicte algunas frases para que cada estudiante las escriban utilizando números, símbolos y operaciones matemáticas:</p> <p>☺ Dicte por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. El triple de cinco, más dos. (Se espera que la respuesta sea $3 \times 5 + 2 = 17$) b. Cinco menos siete veces cuatro. c. Cuatro veces seis es menor que veinte y siete. d. Doscientos cincuenta y ocho dividido por dos es mayor que ciento quince. <p>▲ Se solicita al estudiantado construir una tabla con dos columnas de tal forma que la segunda columna dependa de la primera.</p> <p>☺ La primera columna contiene los números impares menores que quince, ordenados en forma ascendente. Coloque en la segunda columna números que son cuatro veces los de la primera columna, menos diez.</p> <p>☺ Pedro tiene el doble de la edad de su hermana Alicia. Hace cinco años Alicia tenía dos años de edad. ¿Cuántos años tiene Pedro actualmente?</p> <p>⚙ Se estimula a cada estudiante para que comparta la estrategia utilizada para plantear y resolver el problema.</p>

<p>Relaciones</p>	<p>6. Identificar el número que falta en una expresión matemática, una figura o en una tabla.</p>	<p>▲ En el programa de estudio 2005 se resolvieron ejercicios de igualación, en las cuales se desconocía uno de sus elementos, aplicando multiplicaciones cuyo producto sea hasta 30, en el segundo año. En este sentido, aparece implícito el concepto de variable como un valor faltante en una expresión matemática. En tercer año fueron analizados valores faltantes en sumas, restas y multiplicaciones y fueron elaboradas tablas numéricas en dónde una columna se relacionaba con la otra.</p> <p>☺ Complete la tabla:</p> <table border="1" data-bbox="836 537 1287 602"> <tr> <td>9</td> <td>18</td> <td>27</td> <td>45</td> <td>63</td> <td>81</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>14</td> <td>21</td> <td>35</td> <td>49</td> <td></td> </tr> </table> <p>▲ En las expresiones matemáticas que utilizan el símbolo de igualdad “=” es importante aclarar los distintos significados de este símbolo. En particular verlo como un símbolo de equivalencia y equilibrio.</p>  <p>Imagen cortesía de FreeDigitalPhotos.net</p>	9	18	27	45	63	81	7	14	21	35	49	
9	18	27	45	63	81									
7	14	21	35	49										
<p>Propiedades de las operaciones</p>	<p>7. Resolver problemas aplicando las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la suma y la multiplicación y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.</p>	<p>⚙️ Proponga ejercicios donde cada estudiante decida qué propiedad debe aplicar y logre explicar a los demás su decisión. Con esto se pretende apoyar el proceso <i>Comunicar</i>.</p> <p>☺ David compró 10 naranjas y 15 bananos para compartir con sus amigos. Cada fruta tiene un costo de 90 colones. Determine la cantidad de dinero que pagó David por la compra.</p> <p>Si se utiliza la propiedad distributiva:</p> $60 \times (10+15) = 60 \times 10 + 60 \times 15 = 600 + 900 = 1500$ <p>👥 Permita que cada estudiante proponga sus propios ejemplos y que comparta sus estrategias de solución en un ambiente de respeto y cordialidad, favoreciendo la <i>Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz</i>.</p>												

5° Año																
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales														
Relaciones <ul style="list-style-type: none"> • Cantidades constantes • Cantidades variables • Dependencia • Independencia • Escalas • Ecuaciones 	1. Distinguir entre cantidades variables y constantes.	<p>▲ En los programas de estudio del 2005 aparece el concepto de relación en cuarto año, principalmente en el área de números en dónde se establecen relaciones entre unidades de magnitudes y relaciones de orden, sin utilizar los términos cantidades variables o constantes, variable dependiente, variable independiente.</p> <p>▲ Como ejemplo, en una situación de compra de un artículo establezca el precio como constante, el número de unidades compradas y la cantidad de dinero pagada como variables.</p> <p>😊 El costo de ½ kg de queso es de ₡1000, el de 1 kg ₡2000, el de 1½ kg ₡3000. ¿Qué relación existe entre los kilogramos de queso y su costo?</p> <p>Nota: El kilogramo (símbolo kg) es la unidad básica de masa del Sistema Internacional de Unidades (SI), que equivale a la masa del prototipo de platino iridiado que se encuentra en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en París. En Costa Rica se acostumbra utilizar el kilogramo para peso, y así lo utilizaremos en este programa.</p> <p>Luego se puede apoyar el tema con algunas de las fórmulas de áreas de figuras geométricas, donde se identifica la cantidad variable y la constante, la variable dependiente y la independiente.</p> <p>⚙️ Lo anterior se conecta con las áreas de <i>Geometría y Medidas</i>.</p>														
	2. Identificar y aplicar relaciones entre dos cantidades variables en una expresión matemática.	<p>▲ Proponga representaciones tabulares como la siguiente:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">50° F</td> <td style="text-align: center;">$(^{\circ}F - 32) \times 5 \div 9 = ^{\circ}C$</td> <td style="text-align: center;">10 °C</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">55° F</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">60° F</td> <td></td> <td style="text-align: center;">$\frac{140}{9} ^{\circ}C$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">65° F</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">70° F</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>donde apliquen la conversión de grados entre temperatura (Fahrenheit, Celsius) y utilicen tanto la expresión tabular como la verbal. Utilice valores mayores o iguales a 32 para grados Fahrenheit para que el resultado no sea negativo.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">Imagen con derechos adquiridos por el MEP</p>	50° F	$(^{\circ}F - 32) \times 5 \div 9 = ^{\circ}C$	10 °C	55° F			60° F		$\frac{140}{9} ^{\circ}C$	65° F			70° F	
50° F	$(^{\circ}F - 32) \times 5 \div 9 = ^{\circ}C$	10 °C														
55° F																
60° F		$\frac{140}{9} ^{\circ}C$														
65° F																
70° F																

		<p>Que cada estudiante identifique la variable independiente y la dependiente en la expresión matemática dada en la tabla.</p> <p>▲ Utilizar fracciones.</p>
	<p>3. Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada.</p>	<p>▲ En cuarto año, programas de estudio 2005, ya se resolvían ecuaciones sencillas (como valor faltante o desconocido en una suma o resta).</p> <p>▲ Inicie con operaciones con cajitas y posteriormente ofrezca ejemplos con letras.</p> <p>😊 Calcule el valor desconocido n en la expresión matemática $72 \times n = 8$</p> <p>Se espera que cada estudiante asigne un valor a la variable (letra) utilizando operaciones inversas (sumas y restas o multiplicación y división).</p>
	<p>4. Analizar gráficas de figuras con escala.</p>	<p>⚙️ Utilizar un mapa con una escala dada y solicitar que calculen la distancia entre dos puntos (localidades) en él. Usar inicialmente un mapa simple (casi lineal). Este tipo de actividad se conecta con Estudios Sociales.</p> <div data-bbox="776 884 1383 1325" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y TRANSPORTES DIRECCION DE PLANIFICACION SECTORIAL DEPARTAMENTO DE MEDIOS DE TRANSPORTE</p> <p>COSTA RICA- RED VIAL NACIONAL CLASIFICADA POR TIPO DE SUPERFICIE PROVINCIA DE HEREDIA</p> <p>ESCALA: 1:30.000</p> </div> <p>http://www.zonu.com/mapas_costa_rica/Heredia_Province_Roads_Type_Surface_Map_Costa_Rica_2.htm</p> <p>⚙️ Es importante discutir acerca de la conveniencia de escoger la unidad de medida. Además, conviene utilizar instrumentos como: termómetro, regla, transportador, para que identifiquen las escalas utilizadas en ellos. Esto propicia la conexión con el área de <i>Medidas</i>.</p>

	<p>5. Determinar relaciones de dependencia entre cantidades.</p>	<p>▲ Para determinar una relación de dependencia entre cantidades, se puede plantear un problema donde cada estudiante deduzca que al duplicarse o triplicarse la <i>variable independiente</i>, la otra también se duplica o triplica. De forma análoga, para el caso en que la variable independiente se reduzca a la mitad o a la tercera parte, con la otra sucede lo mismo.</p> <p>▲ Otro ejemplo de dependencia: El perímetro de un cuadrado en función de la medida de su lado.</p> <p>▲ En general, utilice las fórmulas de áreas que son conocidas por el estudiantado, como relaciones entre variables.</p>								
<p>Representaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tablas • Algebraicas 	<p>6. Representar mediante tablas relaciones entre dos cantidades que varían simultáneamente.</p>	<p>▲ Brindar tablas para que cada estudiante complete con el número indicado, al encontrar la relación (la mitad, triple, doble, u otra operación) entre las cantidades.</p> <p>☺</p> <table border="1" data-bbox="902 758 1295 905"> <tr> <td>Perímetro del cuadrado (cm)</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>Lado del cuadrado (cm)</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> </table> <p>¿Qué perímetro correspondería a un lado de 17 cm? ¿Qué lado correspondería a un perímetro de 56 cm?</p>	Perímetro del cuadrado (cm)	8	12	20	Lado del cuadrado (cm)	2	3	5
Perímetro del cuadrado (cm)	8	12	20							
Lado del cuadrado (cm)	2	3	5							
	<p>7. Representar una expresión matemática dada en forma verbal utilizando números y letras.</p>	<p>▲ Se puede proponer la construcción de un diccionario matemático de términos simbólicos y lenguaje cotidiano.</p> <p>▲ Se sugiere no contemplar el uso de la letra x debido a que puede confundir con el símbolo de la multiplicación.</p> <p>▲ Dictar algunas frases como las sugeridas abajo, para que cada estudiante las escriban utilizando números, símbolos matemáticos y letras que representen las variables:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El triple de un número aumentado en dos. (se espera que escriba $3x + 2$). • Cinco más tres veces un número. • La diferencia entre dos números distintos. • Un número es al menos igual a cinco, pero no es mayor que veinte. 								
<p>Sucesiones</p>	<p>8. Analizar sucesiones y patrones con números, figuras y representaciones geométricas.</p>	<p>▲ En el programa de estudio del 2005 se utilizó el nombre series para las sucesiones. Entre los objetivos planteados para este concepto se encuentran la búsqueda de patrones de series (sucesiones en el programa nuevo) numéricas sencillas, dibujos geométricos y otros, mientras que la recolección de datos en tablas de doble entrada fue vista en el área de Estadística. En el tercer año se construyeron sucesiones numéricas ascendentes o descendentes a partir de un criterio dado o bien identificando el criterio en una sucesión dada.</p> <p>▲ Para este nivel las sucesiones deben llevar un grado mayor de complejidad donde la ley de formación (o patrón) puede incluir dos operaciones, además del simbolismo matemático apropiado.</p>								

		<p>☺ a. Para la sucesión $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$ solicitar el término número 15.</p> <p>b. $a(n) = \frac{n+2}{2n}$ es el término número n de una sucesión.</p> <p>Solicite a cada estudiante construir una tabla con los primeros 10 términos. ¿Cuál es el término número 35?</p>
--	--	---

6° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Razón • Proporción directa • Porcentaje • Regla de tres 	<p>1. Analizar la proporción entre cantidades numéricas</p> <p>2. Plantear y resolver problemas aplicando porcentajes y regla de tres.</p>	<p>▲ Ilustre el tema con ejemplos donde compara cantidades con cien. Por ejemplo, si un estudiante obtuvo un 85 de 100 puntos en el examen de matemática, entonces su rendimiento en el examen fue de $85 \div 100$, es decir, 0,85 o bien 85%.</p> <p>☺ Fabio desea comprarse un celular. Su costo sin el impuesto de ventas es de 53 000 colones en la tienda Súper Ganga y en la tienda Garantía el valor es de 62 000 colones con un 15% de descuento. ¿Cuál de las dos tiendas le ofrece un mejor precio?</p> <p>▲ Para formular los problemas, utilice datos obtenidos en periódicos o en los informes del Estado de la Nación.</p> <p>▲ Enfatique al estudiante una fracción propia como una proporción.</p> <p>▲ Puede ilustrar el tema con una representación gráfica donde cada estudiante deduzca la representación fraccionaria de un porcentaje.</p> <p>⚙️ Escriba porcentajes en diferentes notaciones. Presente tablas para que completen, con la notación que falta. Esto favorece el proceso <i>Representar</i>.</p> <p>☺ En la figura que sigue aparece parte de los precios de promoción de un supermercado, para algunos productos. Los datos que aparecen son: el precio normal del producto, el porcentaje de descuento y la cantidad economizada por el comprador.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Compruebe si la cantidad economizada corresponde al porcentaje de descuento que aparece en el anuncio. 2) ¿Cuál es el porcentaje de mi ahorro si compro 2 ½ kg de aguacates y 8 chiles dulce? (Considerando el precio normal y la cantidad a pagar) <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p style="text-align: center;">Periódico La Nación, 19 de junio de 2012</p>

Una página importante para conseguir precios de frutas y verduras, sugeridos para las ferias del agricultor es la del Consejo Nacional de Producción. En ella usted encontrará lista de precios en formato Excel, de la forma

Consejo Nacional de Producción
SIIM PRECIOS sugeridos FERIAS DEL agricultor
 Boletín # 24 Costa Rica
 23 JUNIO - 24 JUNIO 2012

PRODUCTO	UNIDAD MEDIDA	PRECIO COLONES	PRODUCTO	UNIDAD MEDIDA	PRECIO COLONES
AGUACATE HASS	KG	1750	LIMON MANDARINO	UND	35
APIO VERDE	KG	700	LIMON MESINO	UND	45
AYOTE SAZON	KG	350	MANGA	KG	450
AYOTE TIERNO	UND	325	MARACUYA	KG	675
BANANO	UND	30	MORA	KG	1650
BROCOLI	KG	1200	NARANJA	UND	48
CAMOTE	KG	675	NAMPI	KG	875
CEBOLLA SECA	KG	900	PAPA	KG	400
CEBOLLA TRENZA	KG	900	PAPAYA	KG	420
COULFOR	UND	475	PEPINO	KG	350
COCO	UND	300	PIÑA	UND	675
CULANTRO CASTILLA	ROLLO	80	PLATANO	UND	125
CHAYOTE SAZÓN BLANCO	UND	220	REMOLACHA	UND	220
CHAYOTE TIERNO CRIOLLO	UND	215	REPOLLO VERDE	KG	275
CHAYOTE TIERNO QUELITE	UND	45	SANDIA	KG	580
CHILE DULCE	UND	140	TIQUISQUE	KG	675
ELOTE	UND	120	TOMATE	KG	880
FRESA	CANAST	375	VAINICA	KG	650

<http://web.cnp.go.cr/>.



Utilice material concreto, principalmente los que son reciclables, para reforzar esta idea de totalidad. Esto favorecerá el desarrollo de una *Cultura ambiental para el desarrollo sostenible*.



En el año 2003 Costa Rica emitió 6474,64 toneladas de dióxido de carbono a la atmósfera y en el 2004 fue de 6405,10. ¿Qué porcentaje de toneladas de dióxido de carbono bajó Costa Rica en el año 2004?



Se recomienda aprovechar la oportunidad para hablar acerca de las consecuencias del dióxido de carbono en la salud. Esto favorece una *Educación para la salud* y una *Cultura ambiental para el desarrollo sostenible*.



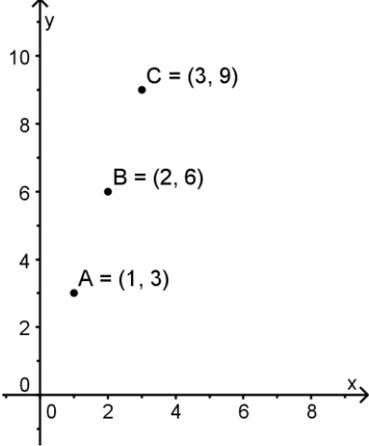
Imagen con derechos adquiridos por el MEP



El impuesto general sobre las ventas es un impuesto sobre el valor agregado en la venta de mercancías y en la prestación de algunos servicios específicamente indicados en

	<p>3. Plantear y resolver problemas aplicando proporcionalidad directa.</p>	<p>la Ley No. 6826 del 8 de noviembre de 1982 y sus reformas. El monto del impuesto se determina sobre el precio neto de la venta y actualmente es de 13%. Que cada estudiante plantee un problema utilizando esta situación.</p> <p>▲ Proponer ejemplos donde cada estudiante establezca la razón entre dos cantidades. Por ejemplo, comparar el área de un rectángulo dado con su altura, o la calificación obtenida en Matemática con la calificación en Español.</p> <p>😊 Fernando por cada 8 horas diarias de trabajo gana 16 650 colones. Si hasta el momento ha ganado 333 000 colones, ¿cuántas horas ha trabajado?</p> <p>▲ Sugerir ejemplos relacionados con un contexto donde el estudiante deduce la proporcionalidad directa al observar que si una cantidad aumenta la otra aumenta o si disminuye la otra disminuye proporcionalmente.</p> <p>😊</p>  <p>Imagen con derechos adquiridos por el MEP</p> <p>En el Restaurante Coma Saludable una familia de 6 personas gastó 19645 colones en un almuerzo. ¿Cuánto dinero gastaría una familia de 4 personas si consumen la misma proporción y el mismo tipo de comida que la primera familia?</p>
<p>Sucesiones</p>	<p>4. Analizar sucesiones y patrones con números, figuras y representaciones geométricas.</p>	<p>▲ En el programa de estudio del 2005 se utilizó el nombre series para las sucesiones. Entre los objetivos planteados para este concepto se encuentran la búsqueda de patrones de series (sucesiones en el programa nuevo) numéricas sencillas, dibujos geométricos y otros, mientras que la recolección de datos en tablas de doble entrada fue vista en el área de Estadística. En el tercer año se construyeron sucesiones numéricas ascendentes o descendentes a partir de un criterio dado o bien identificando el criterio en una sucesión dada.</p> <p>▲ Para este nivel las sucesiones deben llevar un grado mayor de complejidad donde la ley de formación (o patrón) puede incluir dos operaciones, además del simbolismo matemático apropiado.</p>

		<p> a. Para la sucesión $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$ solicitar el término número 15.</p> <p>b. $a(n) = \frac{n+2}{n^2}$ es el término número n de una sucesión.</p> <p>Solicite a cada estudiante construir una tabla con los primeros 10 términos. ¿Cuál es el término número 35?</p> <p> Use la calculadora para la parte b.</p> <p> Este tipo de actividades son poco frecuentes, ya que implican un mayor esfuerzo cognitivo. El educador debe insistir en la importancia de que cada estudiante enfrente el problema que se le plantea, dado que esto le ayuda a reforzar la manipulación de instrumentos matemáticos y promueve el razonamiento, lo cual favorece la perseverancia y aumenta la autoestima en relación con el dominio de las matemáticas.</p>
	<p>5. Plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones.</p>	<p> Una colonia de bacterias cuenta inicialmente con 8 bacterias. Si la cantidad de bacterias es duplicada cada 24 horas, ¿qué cantidad de bacterias tendrá la colonia al final de 1 semana?</p>
<p>Representaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Algebraica Plano de coordenadas 	<p>6. Representar algebraicamente una expresión matemática dada verbalmente.</p> <p>7. Identificar y representar en un plano de coordenadas puntos que satisfacen una relación entre dos cantidades que varían simultáneamente.</p>	<p>▲ Puede dictar frases como:</p> <ol style="list-style-type: none"> El doble de la suma de un número y tres es ciento treinta y tres. El triple de la diferencia de un número y cinco es quince. El trece por ciento de un número es restado de cien. El siete por ciento de un número es adicionado al número. La velocidad de un objeto es cinco veces su desplazamiento. <p>Que cada estudiante las escriba utilizando números, operaciones y símbolos matemáticos.</p> <p>▲ En cuarto y quinto año, programas de estudio 2005, se representaban los números naturales y las fracciones propias en la recta numérica.</p> <p>▲ Represente pares de números racionales no negativos en el plano de coordenadas cartesianas, como por ejemplo los puntos (1, 4), (5, 2), (1/2, 5/2).</p> <p>▲ Presente pares ordenados de números racionales no negativos, con una ley de formación o patrón oculto que cada estudiante encuentra, conforme localiza los puntos en el plano.</p>

		<p>Por ejemplo:</p>  <p>▲ Se podría utilizar un geoplano en lugar de un plano de coordenadas.</p>
<p>Ecuaciones e Inecuaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ecuaciones de primer grado • Inecuación de primer grado 	<p>8. Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada.</p> <p>9. Identificar si un número es solución de una ecuación dada.</p> <p>10. Plantear y resolver problemas aplicando ecuaciones de primer grado.</p>	<p>▲ Las ecuaciones de primer grado aparecen en cuarto y quinto año (programas de estudio 2005) en dónde la incógnita aparece como un valor faltante o valor desconocido.</p> <p>▲ Para las ecuaciones, inicie con operaciones con cajitas y posteriormente ofrezca ejemplos con letras.</p> <p>😊 Calcule el valor desconocido n en la expresión matemática $72 \times n = 8$</p> <p>Se espera que cada estudiante asigne un valor a la variable (letra) utilizando operaciones inversas (sumas y restas o multiplicación y división).</p> <p>😊 Carlos tiene que empacar 64 mandarinas en bolsas de 4 unidades. ¿Cuántos paquetes logró formar?</p> <p>▲ Se busca que cada estudiante deduzca el concepto de ecuación y de incógnita y comparta con su clase la estrategia que utilizó para resolverlo.</p> <p>▲ Las ecuaciones son del tipo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. $a \times m = b$ b. $n \times a = b$ c. $a \div m = b$ d. $m + a = b$ e. $a - n = b$ f. $m - a = b$ <p>con a y b números dados, m, n incógnitas.</p> <p>▲ También es conveniente manejar la resolución de una ecuación como una especie de adivinanza matemática en la que se pretende encontrar un número desconocido. Esto permite ir afinando un algoritmo.</p>

		<p>▲ Solicite a cada estudiante que proponga ejemplos que involucren ecuaciones del tipo mencionado.</p> <p>▲ Modele matemáticamente situaciones sencillas que sean adecuadas para el nivel.</p> <p>😊 El tipo de cambio del dólar, el cual puede ser modelado mediante la relación $C = d \times p$ donde C es la cantidad de colones, d representa la cantidad de dólares y p es el precio en colones del dólar.</p> <p>😊 El Cine Vista Bella, cobra 1250 colones por cada entrada en los días martes y miércoles, lo que corresponde a la mitad del precio normal. Solicite que cada estudiante proponga un problema con esta situación.</p> <p>🦉 Aquí cabe resaltar los aportes del matemático griego Diofanto de Alejandría (aproximadamente 200-284 d.C.), considerado el padre del álgebra, en relación con el tratamiento de las ecuaciones. En efecto, Diofanto introdujo un simbolismo algebraico para las ecuaciones (notación sincopada), por cierto un simbolismo bastante complicado si lo comparamos con el actual. Pero él también estableció reglas para multiplicar expresiones algebraicas, las leyes de signos (más por menos es menos, etc.) y reglas para multiplicar potencias, además de proponer y resolver varios problemas.</p>
	<p>11. Identificar si un número es solución de una inecuación dada.</p> <p>12. Plantear y resolver problemas aplicando inecuaciones de primer grado.</p>	<p>▲ El uso de los símbolos $<$, $>$, aparecen en los programas de estudio, 2005, a partir del segundo año.</p> <p>▲ Es importante interiorizar el signo de igualdad como un símbolo de equivalencia y equilibrio, y el símbolo de desigualdad ($<$, $>$) como un desequilibrio.</p> <div data-bbox="987 1255 1214 1480" data-label="Image"> </div> <p>Imagen cortesía de FreeDigitalPhotos.net</p> <p>▲ Se puede vincular las relaciones de dependencia entre las variables y las ecuaciones mediante el planteo de problemas donde haya una situación de compra de un artículo a un precio dado, y con ello determinar cuántas unidades se pueden comprar con cierta cantidad de dinero; o bien, ¿cuál es la mayor cantidad de unidades que se pueden comprar con cierta cantidad de dinero?</p>

Segundo ciclo, Estadística y Probabilidad

Observaciones

Para cuarto año

Los siguientes conocimientos aparecen en el nuevo programa pero no están en el anterior en este nivel: conteo, medición, errores en los datos, diagramas de puntos, moda, media aritmética, máximo, mínimo, recorrido, aleatoriedad, eventos favorables, puntos muestrales. Para el plan de transición, sin embargo, dados los conocimientos previos que traen del programa anterior, no se verá lo que corresponde a fuentes de error, recorrido ni medidas de posición ni diagramas de puntos.

Para quinto año

Los siguientes conocimientos aparecen en el nuevo programa pero no están en el anterior en este nivel: población, muestra, muestreo, fuentes de error, cuestionarios, eventos seguros, probables, imposibles; más, igual, o menos probables según la frecuencia de puntos muestrales. En el plan de transición se introduce en este nivel lo de medidas de posición; en la parte de probabilidad se introducen los conocimientos del modo en que aparecen en el programa nuevo en cuarto año, particularmente la habilidad de “reconocer situaciones aleatorias en diferentes situaciones del contexto”.

Para sexto año

En el programa anterior no hay estadística y probabilidad en este nivel; en el nuevo aparece: frecuencia porcentual, diagramas lineales, series de tiempo, probabilidad de un evento, toma de decisiones. Con el propósito de nivelación, el plan de transición también introduce en 6° el tema de medidas de posición, no se ve diagramas lineales. Lo de probabilidad se introduce como aparece en 5° en los nuevos programas, pero va hasta de que aparece en 6° en ellos.

Habilidades generales

Las habilidades generales que debe tener cada estudiante al finalizar el Segundo ciclo son:

- Interpretar información estadística del contexto que haya sido representada mediante diferentes técnicas.
- Utilizar diferentes estrategias para el proceso de recolección de datos: observación, interrogación, medición y cuestionario.
- Combinar el uso de estrategias para resumir datos: tabular, gráfica o medidas de resumen.
- Identificar eventos más probables, menos probables o igualmente probables de acuerdo con el número de resultados simples pertenecientes a cada evento.
- Determinar probabilidades elementales vinculadas con eventos particulares.
- Plantear y resolver problemas vinculados con situaciones aleatorias.

- Plantear y resolver problemas que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos vinculados con diversos contextos.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

4 ^{to} Año												
Estadística												
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales										
<p>Datos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Uso <p>Tipos de datos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cualitativos • Cuantitativos - Por conteo - Por medición 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interpretar información que ha sido resumida en dibujos, diagramas, cuadros y gráficos en diferentes contextos. 2. Identificar datos dentro del contexto estudiantil (aula, escuela, hogar, etc.) 3. Identificar diferencias entre datos cualitativos y cuantitativos. 	<p>▲ Se propone plantear algún tipo de representación de modo que se realice una lectura de su contenido. Un ejemplo podría ser el siguiente:</p> <p>😊 Observe la siguiente representación gráfica, analice la información que suministra.</p> <div style="text-align: center;">  <table border="1" style="margin: 0 auto;"> <caption>Consumo de verduras y ensaladas por parte de los estudiantes de un grupo de cuarto año</caption> <thead> <tr> <th>Categoría</th> <th>Número de estudiantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Nada</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Poco</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Regular</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Mucho</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>De acuerdo con la información resumida en el gráfico:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) ¿Cuántos estudiantes fueron consultados? b) ¿Considera usted consumo de verduras y vegetales en este grupo de estudiantes es adecuado? Razone su respuesta. <p>▲ Una vez que se ha efectuado el análisis conviene realizar una sesión de discusión sobre la información que proporciona el gráfico y sobre la importancia que tienen las técnicas de representación de información.</p> <p>👤 Además del análisis estadístico correspondiente, dado la importancia para la salud del consumo de verduras y ensaladas se debe aprovechar la información del gráfico para analizar el eje transversal <i>Educación para la salud</i>.</p> <p>▲ Para iniciar el proceso, se requiere enfrentar a cada estudiante con información que le rodea y que puede ser objeto de estudio. Para ello, se recomienda realizar algunas preguntas que generen datos. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Cuál es precio de un kilo de papas en dos diferentes negocios? 	Categoría	Número de estudiantes	Nada	12	Poco	10	Regular	6	Mucho	4
Categoría	Número de estudiantes											
Nada	12											
Poco	10											
Regular	6											
Mucho	4											

		<p>b. ¿Cuál es el deporte preferido de las estudiantes del grupo?</p> <p>c. ¿Cuál es el alimento preferido de cada estudiante del grupo?</p> <p>d. ¿Cuántos hermanos tiene cada estudiante del grupo?</p> <p>e. ¿Cuál es la mayor y menor estatura de los estudiantes del grupo?</p> <p>f. ¿Cuántas personas habitan en la casa de cada estudiante?</p> <p>Los estudiantes deben analizar los datos que se pueden generar de las posibles respuestas a cada una de estas interrogantes, así como la importancia que puede tener esta información. Para determinar diferencias entre datos cuantitativos y cualitativos, se requiere identificar que algunos de las respuestas generan valores numéricos y otras valores no numéricos. Los términos numérico y no numérico se pueden utilizar como sinónimos de cuantitativo y cualitativo, respectivamente. En relación con estos conocimientos, se puede enfatizar en la raíz de las palabras: cuantitativo y cualitativo. En el primer caso, cuanti corresponde a cantidad o sea valor numérico; mientras que cuali corresponde a cualidad, que corresponde a un valor no numérico.</p>
<p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observación • Interrogación • Medición 	<p>4. Utilizar diferentes estrategias para la recolección de datos del entorno: observación, interrogación y medición.</p> <p>5. Identificar diferencias entre datos cuantitativos de acuerdo con las estrategias de recolección usadas: por conteo o por medición.</p>	<p>▲ Para motivar hacia las estrategias de recolección de datos, es necesario plantear situaciones que provoque que las y los estudiantes deban recurrir a la observación, la interrogación o la medición para obtener los datos y ordenarlos de una manera adecuada para que sean comprensibles.</p> <p>Para provocar que se logren las habilidades propuestas, se pueden plantear problemas como los siguientes. Divida el grupo en seis subgrupos y proponga un problema a cada uno:</p> <p>a. ¿Es el color azul el que más predomina entre los bolsos que se utilizan para llevar los útiles escolares al aula? Si no es así ¿cuál es el color que más se utiliza?</p> <p>b. ¿Es cierto que hay más estudiantes en el grupo que tienen dos hermanos o hermanas, con respecto a los que únicamente tiene uno?</p> <p>c. ¿Dentro del grupo, hay más hombres que miden más de un metro cuarenta y cinco que mujeres?</p> <p>d. ¿Hay diferencia entre el color del pantalón que utilizan los varones del grupo respecto al que utilizan las mujeres en sus pantalones o enaguas?</p> <p>e. ¿Será verdad que la macota preferida entre las y los estudiantes del grupo es el gato? Si no es verdad ¿cuál mascota es?</p> <p>f. ¿Cuál es la longitud del dedo índice de la mano derecha de las y los estudiantes del grupo?</p> <p>▲ Para enfrentar cada una de estas situaciones, cada grupo se debe establecer una estrategia para la recolección de datos, deben ser las y los estudiantes los que establezcan esta estrategia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • En los problemas a. y d. se debe utilizar la

- observación.
- En los problemas b. y e. se debe utilizar la interrogación
- En los problemas c. y f. se debe utilizar la medición.

Para cada caso, una vez recabados los datos, deben resumirlos de manera que sean comprensibles para los análisis posteriores. Una forma de hacerlo consiste en la construcción de una base de datos similar a la siguiente, correspondiente a la mascota preferida:

Lista de clase	Mascota
Abarca Sánchez Manolín	Perro
Barrantes Pérez Mafalda	Conejo
...	...

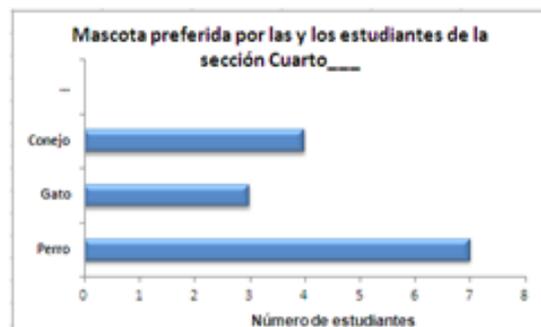
Con esta información se puede motivar para que resuman los datos por medio de cuadros que incluya las frecuencias correspondientes a cada dato, tal como se muestra seguidamente:

Mascota preferida por las y los estudiantes de la sección Cuarto

Mascota	No. de estudiantes
Perro	7
Gato	3
Conejo	4
...	...
Total	

Este tipo de representaciones, se busca resumir los datos de modo que puedan evidenciar, de una mejor manera, los argumentos necesarios para ofrecer respuesta a las interrogantes. La o el docente debe motivar para que las estrategias que se utilicen estén direccionadas para comunicar un mensaje claro a cualquier persona a la que se le presenten los resultados.

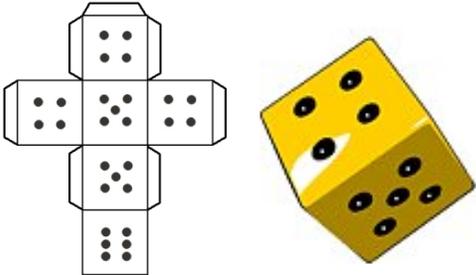
Aprovechando la información generada, la o el docente debe motivar hacia la elaboración de un gráfico de barras. Los gráficos que pueden construir pueden ser de la siguiente forma:



▲ Una vez que la información ha sido resumida y representada por medio de alguna de las técnicas de resumen

		<p>de resumen, se debe dar una respuesta al problema original.</p> <p>▲ En esta etapa, se le debe dar especial atención a la variabilidad de los datos y su importancia en los análisis efectuados. Por ejemplo, en la discusión generada dentro de la plenaria se pueden plantear las siguientes interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿En cuál de los problemas, los datos fueron más parecidos entre sí? ¿En cuál de los problemas se obtuvo una mayor cantidad de datos diferentes? ¿En cuál de los problemas fue más fácil responder las interrogantes? ¿En cuál de los problemas no era necesario tener información de todas y todos los estudiantes para dar respuesta a las interrogantes? <p>Aproveche las respuestas que se generen en la discusión para evidenciar el rol que juega la variabilidad dentro del análisis de los datos, de modo que dicho análisis se vuelve más complejo a medida que los datos son más variables. Por ejemplo, al analizar el color del pantalón o enagua de las y los estudiantes, los datos no presentan variabilidad debido a que emplean uniforme escolar, por ello requirió de un análisis de los datos y se pudo responder inmediatamente, pero entre más variabilidad existiera más complejo resulta el resumen y descripción de los datos. Esto se puede observar en el análisis de la información.</p>
--	--	--

4^{to} Año		
Probabilidad		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Situaciones o eventos aleatorios y seguros	1. Reconocer situaciones aleatorias en diferentes situaciones del contexto.	<p>▲ Se debe iniciar la discusión del tema, mediante la identificación por parte de las y los estudiantes de situaciones aleatorias y seguras.</p> <p>😊 Se requiere seleccionar una o un estudiante para que represente al grupo en una reunión general que se va a realizar en la escuela. Analice los criterios que está considerando el docente para realizar la selección</p> <ol style="list-style-type: none"> Se escoge aquel estudiante se encuentra en la posición 12 de la lista de clases. Se incluyen tiras de papel un una bolsa de papel con números que van del uno al 32, que corresponde a los 32 estudiantes de la incluidos de la lista de clase, y se escogería una de las tira sin ver, de modo que el estudiante seleccionado será aquel que estudiante al que le corresponda este número en la lista de clase. Se escoge aquel estudiante que tiene mayor edad. Se juega “<i>de tin marín de do pingüé cucara macara títere fue, yo no fui, fue tete, pégale pégale que ella fue</i>” con la lista de clase, sale seleccionado el estudiante que gana el juego.

		<p>Analice cada uno de estos procesos de selección e indique ¿cuál (o cuáles) de ellos es el más justo y por qué? Con actividades de este tipo se pretende que cada estudiante puede identificar situaciones aleatorias y situaciones seguras, de modo que vincule la aleatoriedad con la incertidumbre de los resultados de una situación, en contra de las situaciones seguras para las cuales es posible determinar el resultado sin necesidad de realizar el experimento.</p> <p>☺ Considere las siguientes situaciones, indique cuáles se pueden catalogar como aleatorias y cuales como seguras</p> <ol style="list-style-type: none"> Lanzar un dado en el que todas las caras tienen el mismo número. Determinar si en un día particular va a llover o no. Responder un examen de selección única después de haber estudiado mucho. Jugar piedra-papel-tijera.
<p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> Eventos probables, seguros e imposibles Resultados a favor de un evento Representación de eventos Eventos más probables, igualmente probables y eventos menos probables 	<ol style="list-style-type: none"> Identificar los distintos resultados simples de un experimento aleatorio. Identificar los resultados a favor de la ocurrencia de un evento. Representar eventos mediante la identificación de sus resultados simples. Determinar eventos más probables, igualmente probables y menos probables de acuerdo con la frecuencia de sus resultados simples. 	<p>▲ Para continuar el análisis previo, se desea identificar eventos o resultados de un experimento, y clasificarlos en probables, imposibles o seguros. Para ello se requiere potenciar la identificación de los elementos que constituyen los resultados simples de un experimento y que se pueden resumir por medio de diagramas o del conteo simple. Se pueden implementar problemas de juegos con dados o monedas, pero también problemas que pudieran simular hechos reales:</p> <p>▲ Permita que los estudiantes construyan un dado utilizando un material similar al siguiente:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Una vez que lo hayan hecho proceda a plantear el siguiente problema</p> <p>☺ Con el dado construido previamente, si se lanza al suelo, proceda a responder las siguientes interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> Sin considerar los números repetidos ¿Cuántos resultados en general se pueden obtener en este experimento? ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener? ¿Cuál de los resultados es más probable? ¿Cuál de los resultados es menos probable? ¿Será posible obtener un tres? ¿Será posible obtener un número mayor de tres?

		<p>☺ Al lanzar una moneda dos veces, determine los resultados posibles. Posteriormente responda las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Es posible obtener tres escudos? ¿Es posible obtener menos de tres escudos? ¿Cuál es el número menor de escudos que se podría obtener? ¿Cuál es el número mayor de escudos que se puede obtener? Al considerar el número de escudos obtenido ¿Cuál es el resultado que tiene mayor probabilidad? <p>▲ Se debe aprovechar los análisis efectuados, para potenciar el aprendizaje de todos los conocimientos propuestos. Para complementar el problema anterior, se puede proponer la siguiente situación:</p> <p>☺ Costa Rica es un país privilegiado en cuanto a la variedad de su flora y fauna. Específicamente en aves, es posible encontrar verdaderas joyas de la biodiversidad. Cuatro de las más imponentes y que se encuentran en peligro de extinción son la lapa verde, el quetzal, la lapa roja y el tucán.</p> <table border="0" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Lapa verde</td> <td>Quetzal</td> <td>Lapa Roja</td> <td>Tucán</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Imágenes con derechos adquiridos por el MEP</p> <p>Suponga que en una reserva biológica conviven estas cuatro especies de aves, se han marcado para su estudio especímenes hembra de cuatro lapas verdes, seis quetzales, seis lapas coloradas y diez tucanes (cada una de las especies se numeró de uno en adelante). Un zoólogo coloca una trampa para escoger aleatoriamente una de las aves del refugio para analizar su estado de salud. Con esta información realice las acciones que se solicitan:</p> <ol style="list-style-type: none"> Determine el número total de posibles resultados en la selección de una de las aves. Indique ¿qué especie de ave tiene mayor probabilidad de ser seleccionada? ¿Cuál tiene menor probabilidad? ¿Cuál de los siguientes eventos es más probable? A: el ave seleccionada es un quetzal o B: el ave seleccionada es una lapa roja. Justifique la respuesta. ¿Es más probable que el ave seleccionada sea una lapa (verde o colorada) a que sea un tucán? <p>▲ Se debe enfatizar en la argumentación dada para cada una de las respuestas.</p>	Lapa verde	Quetzal	Lapa Roja	Tucán				
Lapa verde	Quetzal	Lapa Roja	Tucán							
										

		<p> El problema anterior puede ser utilizado para sensibilizar sobre los recursos en fauna con que cuenta el país y la importancia de conservarlos. Esto viene a contribuir con el eje transversal <i>Cultura Ambiental para el Desarrollo Sostenible</i>. Se debe aprovechar el ejercicio para sensibilizar sobre la importancia de la conservación de la flora y la fauna.</p> <p> En los dos problemas planteados previamente, la argumentación de las respuestas es un elemento fundamental sobre el que debe regir el análisis en los procesos de clausura. Se espera que la actividad estudiantil genere la habilidad para identificar que son más probables aquellos eventos que incluyen más resultados simples.</p>
--	--	--

5 ^{to} Año		
Estadística		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> Medición El cuestionario <p>Base de datos</p> <p>Representación de información</p> <ul style="list-style-type: none"> Cuadros Gráficos <p>Medidas de posición</p> <ul style="list-style-type: none"> Moda Media aritmética Máximo Mínimo 	<ol style="list-style-type: none"> Reconocer la importancia de utilizar diferentes técnicas para la recolección de datos: medición e interrogación por medio de un cuestionario. Aplicar diferentes técnicas para la recolección de datos: medición y el cuestionario. Analizar la información recolectada por medio de un cuestionario mediante la elaboración de cuadros, gráficos con frecuencias absolutas y el cálculo de medidas de posición y de variabilidad. Resumir un grupo de datos mediante el empleo de la moda, la media aritmética (o promedio), el máximo y el mínimo de un grupo de datos e interpretar estas medidas en relación con la información recabada. 	<p>▲ Es recomendable iniciar esta sección con algún problema que demuestre la importancia de recolector y analizar datos para interpretar el contexto. También se recomienda utilizar alguna representación (cuadro, diagrama, gráfico, figura) que resuma un grupo de datos que generan información que sea del interés estudiantil. Considere el siguiente problema:</p> <p> El Ministerio de Educación Pública plantea que el tema <i>Educación para la salud</i>, debe ser tomado en cuenta durante todo el proceso educativo. Al respecto, para fortalecer esta propuesta publicó el documento denominado <i>Educación para la salud como tema transversal en el sistema educativo costarricense</i>. En dicho documento se incluye la siguiente figura:</p> <div style="text-align: center;"> <p>Figura No.2</p> <p>PROPORCIÓN RECOMENDADA DE CADA GRUPO DE ALIMENTOS PARA UNA BUENA SALUD</p>  </div> <p>MEP: Educación para la salud como tema transversal en el sistema educativo costarricense. (2009)</p> <p>Al respecto se indica en dicho documento:</p>

		<p><i>Por otra parte, al hablar de alimentación saludable es muy importante considerar lo que señalan las Guías Alimentarias para Costa Rica, donde la representación gráfica del círculo, muestra una forma de agrupar los alimentos en razón de dos criterios fundamentales, su aporte de nutrientes y la cultura alimentaria del país. En este contexto, una alimentación saludable consiste en consumir alimentos variados e higiénicos en adecuadas proporciones, para obtener todas las sustancias nutritivas necesarias para que el organismo se mantenga sano y funcione correctamente</i></p> <p>De acuerdo con la información tanto de la figura como del texto anterior:</p> <ol style="list-style-type: none"> Ordene los grupos alimenticios que vayan de aquellos productos que se deberían consumir en mayor medida hasta los que se deben consumir menos. Realice un resumen la información que se comunica. <p> En el problema anterior se analiza la importancia de tener una buena dieta, con ello se debe profundizar en el tema, con ello atender el eje transversal <i>Educación para la salud</i>.</p> <p>▲ El uso de cuestionarios es básico dentro de los procesos de recolección de información. La situación anterior sirve de motivación para plantea el siguiente problema con en el que se pretende que las y los estudiantes pongan en práctica la implementación de un cuestionario.</p> <p> Se busca determinar las preferencias alimenticias del estudiantado con respecto a cuatro alimentos particulares: frutas, ensaladas (de hortalizas), hamburguesas y papas fritas. Se debe realizar un análisis estadístico que permita clasificar estos productos de acuerdo con la preferencia de las y los estudiantes del grupo. Se recomienda medir la preferencia por el consumo de cada producto por medio de los términos Mucho, Regular y Poco, además incluir el sexo de cada estudiante que responde las preguntas. Diseñe una estrategia que permita recolectar la información necesaria, impleméntela, resuma la información y lleve a cabo el análisis correspondiente.</p> <p>▲ Aunque se debe buscar una estrategia y se espera que se pueda sugerir el planteo de varias preguntas a la clase, durante el proceso de clausura se debe orientar en la elaboración de un cuestionario sistematizado, similar al siguiente:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p align="center">Cuestionario sobre la preferencia alimenticia.</p> <p>Nombre: _____</p> <p>Sexo: Masculino _____ Femenino _____</p> <p align="center">Indique su preferencia por consumir cada uno de los siguientes productos, marque con una X dentro del cuadro</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 25%;">Producto</td> <td style="width: 12.5%;">Mucho</td> <td style="width: 12.5%;">Regular</td> <td style="width: 12.5%;">Poco</td> </tr> </table> </div>	Producto	Mucho	Regular	Poco
Producto	Mucho	Regular	Poco			

Frutas			
Ensaladas			
Hamburguesas			
Papas fritas			



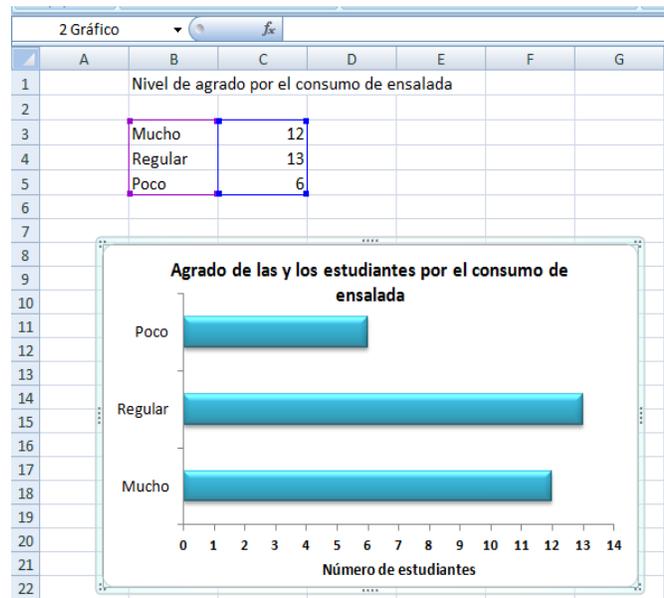
Imágenes con derechos adquiridos por el MEP

Muchas gracias

▲ Una vez recabada la información, se debe motivar hacia la necesidad de resumir la información y representarla por medio de cuadros de frecuencias o gráficos de barras.



Para este tipo de problemas, el uso de la computadora ayuda a simplificar el proceso, ya sea para la elaboración de cuadros o representaciones gráficas, tal como se ilustra.



Proceda a generar un debate sobre los resultados de este estudio con respecto a los que obtuvieron en el análisis del grupo. Aproveche para motivar sobre la importancia de una sana alimentación, tal como se establece en el eje transversal *Educación para la Salud*.

▲ Plantee ahora la siguiente lectura y posteriormente la resolución del problema que se presenta.



Las primeras **unidades de longitud** que usó el hombre estaban en relación con su cuerpo, como el paso, el palmo, la pulgada, el pie, etc.

Estas unidades tienen, entre otros, el grave inconveniente de que no son las mismas para todos.



Imágenes con derechos adquiridos por el MEP

Así, la longitud de un paso **varía** de un hombre a otro. Por esta razón el hombre ideó unas unidades **invariables**. Al principio estas unidades no eran universales, cada país tenía sus propias unidades e incluso dentro de un mismo país las unidades de medida eran diferentes según las regiones. Como consecuencia del aumento de los intercambios comerciales aumentó también la necesidad de disponer de unas unidades de medida que fueran **fijas, invariables** y **universales**.

Fuente:

http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/midiendolongitudes/primeras_unidades_de_medida.html



Para poner en práctica el estas ideas históricas, proceda a resumir la longitud del paso de un grupo de compañeros (10 o más) y utilice la información para identificar un valor que pudiera ser utilizado como unidad de medida.



Imagen con derechos adquiridos por el MEP

▲ Después que hayan enfrentado el problema y encontrado alguna alternativa para resumir la información recabada, en el proceso de clausura se deben brindar estrategias que permitan resumir mejor el patrón de variación de los datos por medio de del uso de medidas estadísticas: moda, media aritmética, mínimo y máximo.

Dentro del mismo proceso de clausura, se pueden plantear las siguiente interrogantes:

- a. ¿De qué manera se pueden representar los datos para evidenciar mejor su comportamiento variable?
- b. ¿Cuál es la mayor diferencia entre las longitudes de los pasos obtenidos?

		<p> Esta situación muestra la conexión primordial que existe entre las áreas de <i>Medidas, Números y Relaciones y Álgebra</i> con <i>Estadística</i>, ya que se deben realizar mediciones para recolectar los datos y representar esas mediciones en una recta numérica.</p> <p> Para simplificar algunos de cálculos se puede recurrir al empleo de una calculadora. Mediante su uso se puede determinar fácilmente el promedio o media aritmética de un conjunto de datos. Pero además, si se tiene acceso a computadoras, se puede emplear una hoja de cálculo para favorecer el proceso.</p> <p> Se requiere evidenciar el papel fundamental que tiene la <i>Estadística</i> para la representación de los datos en cuadros, tablas y gráficos. Además estos instrumentos constituyen una forma de modelar el nivel de agrado por consumir estos productos. La información resumida por estos medios constituye un valioso instrumento que se puede utilizar para argumentar sus respuestas.</p>
--	--	--

5^{to} año		
Probabilidad		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Situaciones o eventos aleatorios y seguros</p>	<p>1. Reconocer situaciones aleatorias en diferentes situaciones del contexto.</p>	<p>▲ Se debe iniciar la discusión del tema, mediante la identificación de situaciones aleatorias y seguras.</p> <p> Analice las siguientes situaciones:</p> <p>a. Se lanza una moneda al suelo, la moneda cae con la cara de corona hacia arriba, se vuelve a lanzar ¿cuál de las dos caras estará hacia arriba?</p> <p></p> <p>b. Usted juega con un compañero o compañera “Zapatito cochinito cambia de piecito”, si usted inicia jugando ¿quién será el ganador? “</p> <p></p> <p>c. Al lanzar un dado al suelo tres veces, en las tres se obtiene un cinco ¿cuál será el resultado si se lanza una cuarta vez?</p> <p></p>

		<p>d. Usted juega “piedra-papel-tijera con una compañera, ¿quién va a ser el ganador?.</p>  <p>e. Si usted va a un supermercado a comprar tres kilos de huevos y para 4500 colones, ¿cuál será el costo de comprar cuatro kilos?</p>  <p>¿En cuáles de situaciones anteriores usted puede conocer el resultado sin necesidad de llevarlo a la práctica? ¿En cuáles el resultado es incierto? Justifique su respuesta</p> <p>▲ Con actividades de este tipo se pretende que cada estudiante puede identificar situaciones aleatorias y situaciones seguras, de modo que vincule la aleatoriedad con la incertidumbre de los resultados de una situación, en contra de las situaciones seguras para las cuales es posible determinar el resultado sin necesidad de realizar el experimento.</p> <p>☺ Considere las siguientes situaciones, indique cuáles se pueden catalogar como aleatorias y cuáles como seguras</p> <ol style="list-style-type: none"> Lanzar un dado en el que todas las caras tienen el mismo número. Determinar si en un día particular va a llover o no. Responder un examen de selección única después de haber estudiado mucho. Jugar “<i>De tin marín de do pigüé...</i>”
<p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> Resultados a favor de un evento Eventos seguros, probables o imposibles Eventos más probables, igualmente probables y eventos menos 	<ol style="list-style-type: none"> Identificar el número de resultados favorables de un evento dado. Determinar eventos seguros, probables o imposibles en situaciones aleatorias particulares. Interpretar los conceptos de eventos más probables, igualmente probables y menos probables de acuerdo con la frecuencia de sus resultados simples. 	<p>⚙ Los resultados de análisis estadísticos pueden ser empleados para favorecer el estudio de las probabilidades. El siguiente problema es un ejemplo de esta situación.</p> <p>☺ Considere nuevamente los resultados de la encuesta alimentaria que se realizó anteriormente. Si una o un estudiante del grupo es seleccionado aleatoriamente, de acuerdo con los resultados sobre el nivel de agrado por el consumo de ensalada determine:</p> <ol style="list-style-type: none"> El número de resultados a favor de que le agraden mucho las ensaladas. ¿Qué es más probable, que le agraden poco o que le agraden mucho las ensaladas?

<p>probables</p>		<p>▲ Se requiere que identifiquen los resultados a favor de cada evento, de acuerdo con los resultados de la encuesta.</p> <p>▲ Por medio de trabajos en subgrupos, se entrega un par de dados de diferentes colores a cada subgrupo y se les pide que experimenten con ellos para resolver interrogantes vinculadas con el lanzamiento de los dos dados.</p> <p> Al lanzar dos dados:</p> <ol style="list-style-type: none"> Determine el número de resultados posibles. Para ello se les recomienda que cada resultado lo representen con un par de números de la forma (2,5) donde el 2 representa el resultado del primer dado y el 5 el resultado del segundo dado. Si se suman los puntos obtenidos con los dos dados, determine el número de resultados favorables vinculados con los siguientes eventos: <ul style="list-style-type: none"> • Obtener un tres. • Obtener un seis. • Obtener un uno. • Obtener un número menor que 4. • Obtener un número menor que 13. Clasifique los eventos anteriores en evento seguro, probable o imposible según el número de resultados a favor. Para los siguientes casos indique cuál evento es más probable: <ul style="list-style-type: none"> • Obtener un tres u obtener un once. • Obtener un cuatro u obtener un seis. Al sumar los puntos, ¿cuál número tiene mayor probabilidad de salir? <p> En general en este año se deben formular situaciones de aprendizaje (juegos o situaciones de la cotidianidad) que permitan identificar el número de resultados a favor de un evento determinado y con base en ese conocimiento tomar decisiones. Una activa participación estudiantil en este ciclo será un factor fundamental en su desarrollo cognitivo y en la adquisición de las habilidades propuestas.</p>
------------------	--	--

<p>6^{to} Año</p>		
<p>Estadística</p>		
<p>Conocimientos</p>	<p>Habilidades específicas</p>	<p>Indicaciones puntuales</p>
<p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • El cuestionario • Medición <p>Base de datos</p> <p>Representación de información</p>	<ol style="list-style-type: none"> Reconocer la importancia de utilizar diferentes técnicas para la recolección de datos: medición o interrogación por medio de un cuestionario. Aplicar diferentes técnicas para la recolección de datos: medición y el cuestionario. 	<p>▲ Es recomendable iniciar esta sección con algún problema que demuestre la importancia de recolector y analizar datos para interpretar el contexto. También se recomienda utilizar alguna representación (cuadro, diagrama, gráfico, figura) que resuma un grupo de datos que generan información que sea del interés estudiantil. Considere el siguiente problema:</p> <p> Realice la siguiente lectura:</p> <p>La importancia de dormir bien <i>La importancia del sueño no termina cuando el bebé crece y</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> • Cuadros • Gráficos <p>Medidas de posición</p> <ul style="list-style-type: none"> • Moda • Media aritmética • Máximo • Mínimo 	<p>3. Analizar la información recolectada por medio de un cuestionario mediante la elaboración de cuadros, gráficos con frecuencias absolutas y el cálculo de medidas de posición y de variabilidad.</p> <p>4. Resumir un grupo de datos mediante el empleo de la moda, la media aritmética (o promedio), el máximo y el mínimo de un grupo de datos e interpretar estas medidas en relación con la información recabada.</p>	<p><i>deja la cuna; es vital también para los niños en edad escolar. Una buena noche de descanso los prepara para el día: los ayuda a lidiar con el estrés social y el ajetreo de la escuela, y también a aprender.</i></p> <p><i>Los niños siempre se han rebelado contra los horarios rígidos para dormir, y más aún hoy con tantas distracciones que los mantienen despiertos y fuera de la cama. La televisión, Internet, los teléfonos y los videojuegos compiten por capturar su atención a la hora de acostarse.</i></p> <p><i>Y aunque creas que tus hijos son los únicos que están corriendo por la casa a las 10 de la noche, lo cierto es que a muchos chicos les cuesta tener un buen descanso nocturno. Algunos de los problemas más comunes que los afectan son: dificultad para conciliar el sueño o para permanecer dormidos, despertarse muy temprano o con sensación de fatiga, y cómo no... las pesadillas.</i></p> <p style="text-align: center;">Tomado de la página de Internet: http://www.materna.com.ar/</p> <p>De acuerdo con diversos especialistas, el siguiente gráfico representa el número mínimo de horas que debe dormir un niño de acuerdo con su edad.</p> <div style="text-align: center;">  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>Número de horas que debe dormir un niño según la Edad</caption> <thead> <tr> <th>Edad</th> <th>Número de horas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>De 10 años en adelante</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>De 8 a menos de 10 años</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>De 6 a menos de 8 años</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>De 3 a menos de 6 años</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>De 2 a menos de 3 años</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>De 1 a menos de 2 años</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>De 6 a menos de 12 meses</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>De 3 a menos de 6 meses</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>De 1 a menos de 3 meses</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>Recién nacido</td> <td>18</td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>Fuente: http://www.guiainfantil.com/sueno/cuantedormir.htm</p> <p>De acuerdo con la información del gráfico</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Cuántas horas debe dormir un niño que se encuentra en pre-escolar? b. ¿Cuál es el número de horas mínimo que debe dormir un niño cuando está por ingresar a la escuela? c. ¿Está usted durmiendo lo necesario? d. De acuerdo con la lectura ¿qué implicaciones puede tener no dormir una cantidad adecuada de horas? <p style="text-align: center;">  </p> <p>En el problema anterior se analiza la importancia de tener de dormir bien para una buena salud, con ello se incorpora el eje transversal <i>Educación para la salud</i>.</p> <p>▲ El uso de cuestionarios es básico dentro de los procesos de recolección de información. La situación anterior sirve de motivación para plantea el siguiente problema con en el que se pretende que las y los estudiantes pongan en práctica la</p>	Edad	Número de horas	De 10 años en adelante	8	De 8 a menos de 10 años	9	De 6 a menos de 8 años	10	De 3 a menos de 6 años	11	De 2 a menos de 3 años	12	De 1 a menos de 2 años	13	De 6 a menos de 12 meses	14	De 3 a menos de 6 meses	15	De 1 a menos de 3 meses	16	Recién nacido	18
Edad	Número de horas																							
De 10 años en adelante	8																							
De 8 a menos de 10 años	9																							
De 6 a menos de 8 años	10																							
De 3 a menos de 6 años	11																							
De 2 a menos de 3 años	12																							
De 1 a menos de 2 años	13																							
De 6 a menos de 12 meses	14																							
De 3 a menos de 6 meses	15																							
De 1 a menos de 3 meses	16																							
Recién nacido	18																							

implementación de un cuestionario.



Suponga que deseamos determinar ¿cuántas horas al día invierten los estudiantes del grupo en actividades recreativas o a dormir en un día cualquiera entre semana?, para ello deben seleccionar los temas habituales que acostumbran realizar los estudiantes; entre ellas:

- 1) Ver televisión
- 2) Jugar fuera de la casa
- 3) Jugar dentro de la casa
- 4) Realizar trabajos escolares
- 5) Otros

Utilice alguna estrategia que le permita recolectar información que permita caracterizar a las y los estudiantes del grupo con respecto al uso del tiempo libre.

▲ Aunque es una actividad que las y los estudiantes deben resolver por sí mismos, se les puede orientar para que elaboren un cuestionario de la forma:

CUESTIONARIO SOBRE USO DEL TIEMPO LIBRE

El presente cuestionario tiene por objetivo conocer la distribución del tiempo libre de los estudiantes del grupo, en un día normal en que asiste a la escuela. Por favor responder cada una de las siguientes preguntas.

Complete la información del cuadro incluyendo el número de horas por día que usted invierte en promedio a cada una de las siguientes actividades

Actividad	Número de horas diarias
1) Ver televisión	
2) Jugar fuera de la casa	
3) Jugar dentro de la casa	
4) Realizar trabajos escolares	
5) Otras actividades	

MUCHAS GRACIAS POR SU COLABORACIÓN

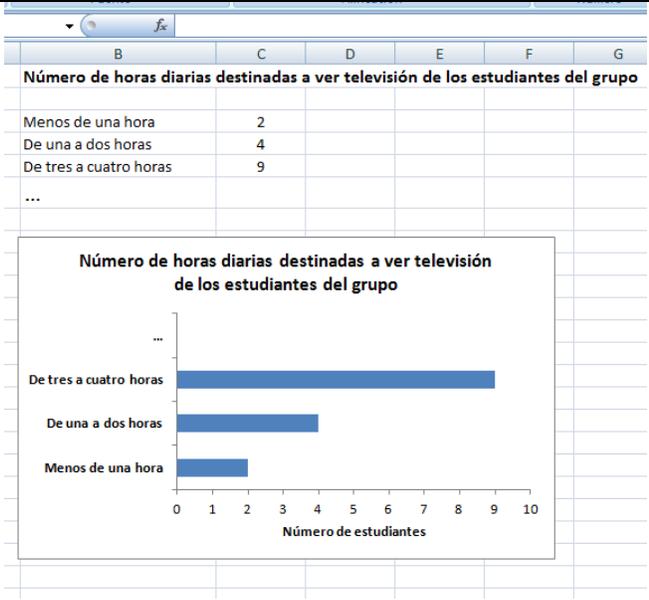
▲ Una vez que apliquen el cuestionario deben buscar estrategias para resumir la información, la creación de una base de datos es una herramienta fundamental en este proceso.

▲ Para efectos de resumir la información, se puede recurrir al empleo de cuadros de frecuencia y gráficos de barras. La o el docente debe orientarlos en la implementación de estas estrategias.

▲ Otra forma de resumir la información la constituye el empleo de medidas estadísticas: moda, promedio, mínimo y máximo. Las y los estudiantes deben valorar la importancia que tiene el uso de estas medidas para una mejor comprensión de la información que comunican los datos recabados.



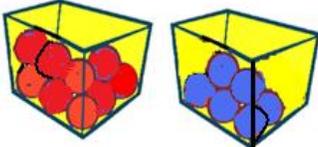
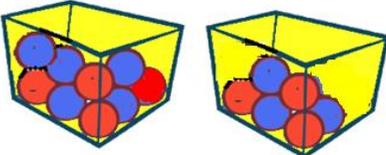
Para este tipo de problemas, el uso de la computadora ayuda a simplificar el proceso, ya sea para la elaboración de cuadros o representaciones gráficas, tal como se ilustra.

		 <p>Número de horas diarias destinadas a ver televisión de los estudiantes del grupo</p> <table border="1"> <tr><td>Menos de una hora</td><td>2</td></tr> <tr><td>De una a dos horas</td><td>4</td></tr> <tr><td>De tres a cuatro horas</td><td>9</td></tr> <tr><td>...</td><td></td></tr> </table> <p>Número de horas diarias destinadas a ver televisión de los estudiantes del grupo</p> 	Menos de una hora	2	De una a dos horas	4	De tres a cuatro horas	9	...													
Menos de una hora	2																					
De una a dos horas	4																					
De tres a cuatro horas	9																					
...																						
<p>Porcentajes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Frecuencias porcentuales • Comparaciones entre grupos 	<p>5. Resumir y clasificar grupos de datos utilizando la frecuencia porcentual.</p> <p>6. Identificar la frecuencia porcentual como herramienta fundamental para los análisis comparativos entre dos o más grupos de datos.</p>	<p>▲ Debido a que los estudiantes se están familiarizando con La frecuencia absoluta no siempre es una buena estrategia para analizar los datos. Plantee el siguiente problema.</p> <p>😊 Suponga que se realizó una encuesta para determinar el nivel de agrado por el consumo de frutas (mucho, regular, poco) entre los hombres y mujeres de un grupo de sexto grado y los resultados se resumen en el siguiente cuadro:</p> <p>Relación con el agrado de las y los estudiantes por las frutas según el sexo</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Agrado</th> <th>Hombres</th> <th>Mujeres</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Mucho</td> <td>9</td> <td>7</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>Regular</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Poco</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>18</td> <td>12</td> <td>30</td> </tr> </tbody> </table> <p>De acuerdo con esta información, ¿quiénes tienen más preferencia por el consumo de frutas, los hombres o las mujeres?</p> <p>▲ Considerando los conocimientos previos, se espera que perciban que los hombres tienen una mayor predilección por las frutas, pues es mayor el número de hombres que prefieren las frutas. No obstante, dicha afirmación es falsa, pues el número total de hombres en el grupo es muy superior al de mujeres.</p>	Agrado	Hombres	Mujeres	Total	Mucho	9	7	16	Regular	5	3	8	Poco	4	2	6	Total	18	12	30
Agrado	Hombres	Mujeres	Total																			
Mucho	9	7	16																			
Regular	5	3	8																			
Poco	4	2	6																			
Total	18	12	30																			

		<p>▲ Hay que orientar el proceso. Para ello se podría consultar ¿quién tiene menos preferencia por el consumo de frutas? En este sentido se pide reflexionar que los hombres tienen menos preferencia, lo cual les lleva a una contradicción y a la necesidad de replantear el problema.</p> <p>▲ Es necesario orientar hacia la necesidad de que consideren el cálculo de porcentajes para cada sexo tal como se indica.</p> <p style="text-align: center;">Distribución absoluta y porcentual en relación con el agrado de las y los estudiantes por las frutas según el sexo</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Agrado</th> <th colspan="2">Hombres</th> <th colspan="2">Mujeres</th> <th rowspan="2">Total</th> </tr> <tr> <th>Absoluto</th> <th>%</th> <th>Absoluto</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Mucho</td> <td>9</td> <td>50,0</td> <td>7</td> <td>58,3</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>Regular</td> <td>5</td> <td>27,8</td> <td>3</td> <td>25,0</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Poco</td> <td>4</td> <td>22,2</td> <td>2</td> <td>16,7</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>18</td> <td>100,0</td> <td>12</td> <td>100,0</td> <td>30</td> </tr> </tbody> </table> <p>▲ Con esta información se puede concluir que las mujeres tienen una mayor preferencia por el consumo de frutas. En la etapa de clausura, se debe señalar la importancia de usar los porcentajes en los análisis comparativos entre las frecuencias de dos o más grupos de datos, pues los valores absolutos pueden engañar.</p> <p> Para este problema el uso de la calculadora permite determinar los porcentajes de una manera muy simple y rápida. Hay que recordar que en este tipo de problemas los cálculos no son el fin, sino el medio para resolver el problema y argumentar las respuestas.</p>	Agrado	Hombres		Mujeres		Total	Absoluto	%	Absoluto	%	Mucho	9	50,0	7	58,3	16	Regular	5	27,8	3	25,0	8	Poco	4	22,2	2	16,7	6	Total	18	100,0	12	100,0	30
Agrado	Hombres			Mujeres		Total																														
	Absoluto	%	Absoluto	%																																
Mucho	9	50,0	7	58,3	16																															
Regular	5	27,8	3	25,0	8																															
Poco	4	22,2	2	16,7	6																															
Total	18	100,0	12	100,0	30																															

6^{to} Año		
Probabilidad		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Situaciones o eventos Aleatorios y seguros	1. Reconocer situaciones aleatorias en diferentes situaciones del contexto.	<p>▲ Se debe iniciar la discusión del tema, mediante la identificación por parte de las y los estudiantes de situaciones aleatorias y seguras.</p> <p> Analice las siguientes situaciones:</p> <p>a. Suponga que usted junto a otros tres compañeros y compañeras llevan a cabo el siguiente juego: <i>A la vuelta de mi casa , me encontré con Pinocho y me dijo que contara hasta ocho: pin uno, pin dos, pin tres, pin cuadro, pin cinco, pin seis , pin ocho.</i></p> <p>Gana la o el estudiante al que le corresponde el último ocho ¿Quién gana el juego?</p> <p>b. Suponga que usted tiene tres mandarinas, después de pelar dos de ellas ambas tenían 10 gajos ¿Cuántos gajos tendrá la tercera mandarina?</p>

		 <p>c. Al lanzar un dado al suelo tres veces, en las tres se obtiene un cinco ¿cuál será el resultado si se lanza una cuarta vez?</p>  <p>d. ¿Lloverá el día de mi cumpleaños el año entrante? e. Si el precio de cinco kilogramo de arroz es de 5500 colones ¿cuál es el precio de tres kilogramos? f. Al lanzar una moneda al suelo cuatro veces, primero se obtuvo un escudo, luego una corona, después un escudo y por último una corona, si se lanza una vez más ¿cuál será el resultado?</p> <p>¿En cuáles de situaciones anteriores usted puede conocer el resultado sin necesidad de llevarlo a la práctica? ¿En cuáles el resultado es incierto? Justifique su respuesta</p> <p>▲ Con actividades de este tipo se pretende que cada estudiante puede identificar situaciones aleatorias y situaciones seguras, de modo que vincule la aleatoriedad con la incertidumbre de los resultados de una situación, en contra de las situaciones seguras para las cuales es posible determinar el resultado sin necesidad de realizar el experimento.</p>
<p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resultados a favor de un evento • Eventos seguros, probables o imposibles • Eventos más probables, igualmente probables y eventos menos probables 	<p>2. Identificar intuitivamente situaciones aleatorias más probables que otras.</p> <p>3. Identificar eventos seguros y eventos imposibles</p>	<p>▲ Seguidamente, se requiere plantear algunas situaciones para que, desde un punto de vista intuitivo, identifiquen aquellas que son más o menos probables.</p> <p>☺ Si tenemos dos niños, Juan cumple años en agosto y María cumple años en febrero, si ambos te invitan a su fiesta de cumpleaños ¿En cuál de ellos es más probable que requieras utilizar un paraguas debido a la lluvia?</p>  <p>☺ Suponga que en una bolsa de papel se incluyen cinco bolas rojas y diez bolas azules.</p> 

		<p>Si se extrae una bola en forma aleatoria (sin ver qué color se está escogiendo)</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Qué color es más probable de salir: azul o rojo? ¿De qué manera se deberían variar las cantidades para que exista justicia o equidad en las posibilidades de selección? <p>Suponga que ahora se incluyen nueve bolas rojas en el primer recipiente y seis azules en el segundo recipiente.</p>  <p>Responda las siguientes interrogantes</p> <ol style="list-style-type: none"> Si se extrae una bola del primer recipiente ¿es probable que sea azul? Si se extrae una bola del segundo recipiente ¿es probable que sea azul? <p>▲ Los argumentos utilizados por los estudiantes para responder las interrogantes a estos dos problemas, deben ser empleadas para potenciar el aprendizaje de los distintos conocimientos planteados. Por ejemplo, en los eventos planteados en c. y d. del segundo problema, permite discutir sobre la existencia de eventos imposibles y seguros.</p>
<p>Probabilidades</p> <ul style="list-style-type: none"> Definición clásica o laplaciana de probabilidad 	<p>4. Determinar la probabilidad de un evento como la proporción de resultados favorables del evento entre el total de resultados.</p>	<p>▲ Para generar las condiciones necesarias para definir el concepto de probabilidad, puede realizarse la siguiente actividad.</p> <p>☺ Considere los recipientes que se presentan a continuación. El primero contiene nueve bolas y el segundo seis. Si se extrae una de ellas sin identificar su color</p>  <p>¿En cuál de ellas de los recipientes es más probable obtener una bola roja? Justifique su respuesta</p> <p>Introduzca en una caja o en una tómbola cuatro bolas de color rojo, tres azules y tres blancas (o cualesquiera otros colores, pero trate de mantener la relación). Luego proponga el siguiente problema:</p> <p>☺ Suponga que se realizó una encuesta entre los estudiantes del II ciclo de la Escuela Itálica para determinar el deporte preferido. Los resultados se presentan en el siguiente cuadro:</p>

		<p align="center">Cuadro 3. Distribución de los estudiantes del II ciclo de la Escuela Itálica, según el deporte preferido y sexo</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Deporte favorito</th> <th>Mujeres</th> <th>Hombres</th> <th>Nº de estudiantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Fútbol</td> <td>15</td> <td>31</td> <td>47</td> </tr> <tr> <td>Basquetbol</td> <td>13</td> <td>13</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>Beisbol</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>Natación</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Ciclismo</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>Otro</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>42</td> <td>66</td> <td>108</td> </tr> </tbody> </table> <p>Si se selecciona una niña y un niño al azar, ¿es igualmente probable que una niña o un niño les guste el basquetbol. Justifique su respuesta.</p> <p>▲ En el proceso de clausura o cierre de esta actividad, se deben analizar las respuestas que hayan propuesto las y los estudiantes. Del análisis de estos problemas se puede favorecer el concepto de probabilidad como la proporción la proporción de casos favorables de un evento entre el total de casos. Aquí debe quedar claro que esta definición es válida siempre que todos los resultados sean igualmente probables. Presentar nuevas situaciones que les ayuden a reafirmar el concepto.</p>	Deporte favorito	Mujeres	Hombres	Nº de estudiantes	Fútbol	15	31	47	Basquetbol	13	13	25	Beisbol	5	8	13	Natación	4	6	10	Ciclismo	3	4	7	Otro	2	4	6	Total	42	66	108				
Deporte favorito	Mujeres	Hombres	Nº de estudiantes																																			
Fútbol	15	31	47																																			
Basquetbol	13	13	25																																			
Beisbol	5	8	13																																			
Natación	4	6	10																																			
Ciclismo	3	4	7																																			
Otro	2	4	6																																			
Total	42	66	108																																			
<p>Propiedades de las probabilidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • La probabilidad de cualquier evento es un valor numérico entre 0 y 1 inclusive • La probabilidad de un evento seguro es 1 y de un evento imposible es 0 	<p>5. Deducir mediante situaciones concretas los valores que puede tomar la probabilidad de un evento cualquiera, de un evento seguro y de un evento imposible.</p> <p>6. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones.</p>	<p>▲ Para favorecer el aprendizaje de los conocimientos puede plantear problemas similares a los siguientes:</p> <p>😊 Se aplicó una encuesta a los 425 estudiantes de la escuela, en relación con sus hábitos alimenticios, el siguiente cuadro resume la frecuencia de consumo.</p> <div data-bbox="857 1178 1333 1507" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>Cantidad de alimentos que consumen al día</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>leche yogur</th> <th>fruta</th> <th>snack</th> <th>verduras</th> <th>golosinas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>ninguna</th> <td>47</td> <td>77</td> <td>246</td> <td>425</td> <td>125</td> </tr> <tr> <th>1</th> <td>177</td> <td>140</td> <td>144</td> <td></td> <td>145</td> </tr> <tr> <th>2</th> <td>150</td> <td>114</td> <td>16</td> <td></td> <td>70</td> </tr> <tr> <th>3</th> <td>24</td> <td>40</td> <td>8</td> <td></td> <td>45</td> </tr> <tr> <th>más</th> <td>27</td> <td>54</td> <td>11</td> <td></td> <td>40</td> </tr> </tbody> </table> <p><small>Total de alumnos encuestados = 425</small></p> </div> <p>Para un niño seleccionado aleatoriamente:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuál es la probabilidad que consuma verduras dos veces por día? ¿Cuál es la probabilidad que no consuma verduras durante el día? <p>De acuerdo con lo anterior:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuál es la probabilidad de un evento seguro? ¿Cuál es la probabilidad de un evento imposible? ¿Podría ocurrir que un evento cualquiera tenga una probabilidad mayor que la unidad? ¿Cuál es el menor valor que puede tomar la probabilidad de un evento? 		leche yogur	fruta	snack	verduras	golosinas	ninguna	47	77	246	425	125	1	177	140	144		145	2	150	114	16		70	3	24	40	8		45	más	27	54	11		40
	leche yogur	fruta	snack	verduras	golosinas																																	
ninguna	47	77	246	425	125																																	
1	177	140	144		145																																	
2	150	114	16		70																																	
3	24	40	8		45																																	
más	27	54	11		40																																	

		<p>▲ Finalmente se requiere precisar las propiedades básicas, en el sentido que una probabilidad es un valor entre cero y uno, además que la probabilidad de un evento seguro es uno y la de un evento imposible es cero.</p> <p>Seguidamente, para reforzar el conocimiento adquirido, proporcione algunos problemas adicionales.</p> <p> Las probabilidades se pueden utilizar para representar situaciones aleatorias. Al final del ciclo, debe quedar claro que en las situaciones aleatorias no es posible conocer el resultado que se va a obtener, caso contrario de las situaciones deterministas. No obstante, por medio de las probabilidades se puede modelar cuáles resultados tienen mayor posibilidad de ocurrencia, lo cual facilita la toma de decisiones.</p>
--	--	---

Tercer ciclo



Imagen propiedad del MEP

Tercer ciclo, Números

Observaciones

Para sétimo año

Las principales diferencias entre el programa nuevo y el anterior son:

- El nuevo introduce elementos de teoría de números que estaban antes en la enseñanza primaria.
- En el nuevo no se estudia el conjunto de los números racionales, que pasan a 8°.

Para octavo año

El programa anterior no contempla el área de número, al menos de manera explícita, el nuevo introduce en este nivel los números racionales y las raíces de los números racionales.

Durante el 2012 se abordó el tema de los números racionales en sétimo año; sin embargo, se considera oportuno retomarlo en octavo al inicio del año 2013 por las siguientes razones:

- Un número considerable de docentes en sétimo año, no llega a abarcar en su totalidad el conjunto de los racionales. Además, según los programas anteriores, se debe trabajar una visión conjuntista y un aprendizaje operacional del tema. Por tanto, es necesario ofrecer a las y los estudiantes una visión amplia sobre la utilidad de los números racionales para resolver diferentes situaciones del contexto y promover el sentido numérico y el cálculo mental, como se pretende en los nuevos programas.
- Se busca que las y los estudiantes vivan un proceso de transición armonioso. Al iniciar el curso lectivo con la metodología de resolución de problemas pero con una temática familiar, el cambio no será abrupto y permitirá mejorar o ampliar las habilidades sobre el uso de los números racionales obtenidos el año anterior de manera natural.
- Finalmente, la naturaleza del enfoque mediante el cual se trabajará este tema servirá para fortalecer y desarrollar habilidades necesarias para el abordaje del tema de números irracionales.

Para noveno año

En este nivel la transición consiste en quitar algunos contenidos del programa anterior y adaptar los restantes a los lineamientos de los nuevos programas.

En lo que respecta a los objetivos del programa anterior que tienen relación con el área de Números, se eliminan:

- Caracterizar el conjunto de los números irracionales (número 3).
- Simplificar expresiones aritméticas y algebraicas aplicando las propiedades de las potencias y de los radicales (número 7).
- Obtener radicales semejantes y radicales homogéneos (número 8)

Con respecto al objetivo 4 del programa anterior (caracterizar al conjunto de los números reales), aparecen los contenidos que guardan mayor concordancia con los propuestos en el nuevo programa. El objetivo 5 (representar intervalos de \mathbb{R} en sus distintas denotaciones) sí debe abarcarse (no guarda correspondencia con habilidades específicas del 9º, pues en el nuevo programa se aborda en décimo año). Los conceptos y objetivos que quedan se redactan en forma de conocimientos y habilidades específicas de manera coherente con lo que proponen los nuevos programas.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán adquirirse en *Números* al finalizar el Tercer ciclo son:

- Realizar cálculos usando números reales en sus diferentes representaciones.
- Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de esta rama.
- Utilizar diferentes representaciones para identificar y representar números racionales e irracionales.
- Identificar y utilizar la potenciación y radicación en diferentes contextos.
- Comparar números reales en sus diferentes representaciones.
- Seleccionar y aplicar métodos y herramientas para calcular y operar con números reales.
- Utilizar la estimación, el cálculo mental, el papel y lápiz o la calculadora, según sea el caso, para el cálculo de operaciones con números enteros, racionales y reales.
- Plantear y resolver problemas en diferentes contextos donde se requiera el uso de las operaciones y representaciones numéricas.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

7º Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Números Naturales <ul style="list-style-type: none"> • Operaciones: <ul style="list-style-type: none"> - Suma - Resta - Multiplicación - División - Potencias • Combinación de operaciones 	1. Calcular expresiones numéricas aplicando el concepto de potencia y la notación exponencial.	▲ Se puede introducir el tema expresando, como repaso, múltiplos de 10 como potencias de base 10. Luego se realiza la representación de productos con factores iguales como potencia y viceversa, para identificar luego cuadrados y cubos perfectos. Posteriormente se trabaja con ejercicios básicos de operaciones; por ejemplo, verificar si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas: $(5 + 7)^2 = 5^2 + 7^2$ $(6 - 2)^2 = 6^2 - 2^2$ $(8 \cdot 3)^2 = 8^2 \cdot 3^2$ $(9 \div 3)^2 = 9^2 \div 3^2$
	2. Resolver una combinación de operaciones que involucre o no el uso de paréntesis.	▲ Es necesario retomar los algoritmos que permiten operar con números naturales. No se debe perder de vista que la habilidad de realizar operaciones con estos números será necesaria para abordar con éxito el trabajo con números enteros. Este repaso debe ir dirigido a corregir errores típicos que pueden surgir cuando las y los estudiantes resuelven una combinación de operaciones. El planteo de problemas en este sentido puede ser una herramienta que le permita a cada estudiante justificar procedimientos. Por ejemplo, se considera el siguiente problema:



Miriam va a la feria con su padre para comprar las frutas que llevarán como merienda durante la semana. Encuentran que el CNP sugiere, para esa semana, los precios que brinda en la siguiente tabla:

 PRECIOS sugeridos FERIAS DEL agricultor <small>Costa Rica</small>					
10 MARZO - 11 MARZO 2012					
PRODUCTO	UNIDAD MEDIDA	PRECIO COLONES	PRODUCTO	UNIDAD MEDIDA	PRECIO COLONES
APIO VERDE	KG	600	LIMON MESINA	UND	---
AYOTE SAZON	KG	400	MANGA	KG	600
AYOTE TIERNO	UND	400	MARACUYA	KG	850
BANANO	UND	27	MORA	KG	1300
BROCOLI	KG	650	MELON	KG	300
CAMOTE	KG	1000	NARANJA	UND	45
CEBOLLA SECA	KG	825	ÑAMPI	KG	600
CEBOLLA TRENZA	KG	825	PAPA	KG	470
COLIFLOR	UND	800	PAPAYA	KG	325
COCO	UND	300	PEPINO	KG	400
CULANTRO CASTILLA	ROLLO	60	PIÑA	UND	675
CHAYOTE SAZÓN BLAN*	UND	350	PLATANO	UND	135
CHAYOTE TIERNO CRIO*	UND	390	REMOLACHA	UND	250

Imagen tomada de: <http://web.cnp.go.cr/index.php/informacion-de-mercados/precios-nacionales-semanales/semanales/ferias-del-agricultor>

Ellos compran 1 piña, 5 kilogramos de papaya, 8 naranjas y medio kilogramo de moras. Plantee una combinación de operaciones que permita obtener el total a pagar, si pagan según los precios que sugiere el CNP. Luego resuélvala. Se espera que cada estudiante escriba la operación

$$675 + 5 \cdot 325 + 8 \cdot 45 + 1300 \div 2 =$$

▲ Un error común es realizar la primera operación que aparece de izquierda a derecha (en este caso la suma) y a dicho resultado aplicar la operación siguiente.



Aquí el mismo contexto del problema debe propiciar, de forma natural, la necesidad de realizar primero los productos y cocientes correspondientes y finalmente sumar los resultados. De ese modo se propician oportunidades para adquirir confianza en la utilidad de las Matemáticas.

▲ Debe indicarse el cambio de simbología para la multiplicación, ahora se utilizará el punto.



Un problema como el anterior permite discutir las ventajas para la salud de una alimentación sana.

▲ La combinación de operaciones no deben exceder de cuatro términos, donde en cada uno de ellos sólo se haga uso de un paréntesis. En el interior de cada paréntesis incluir a lo sumo dos diferentes tipos de operaciones. Por ejemplo:

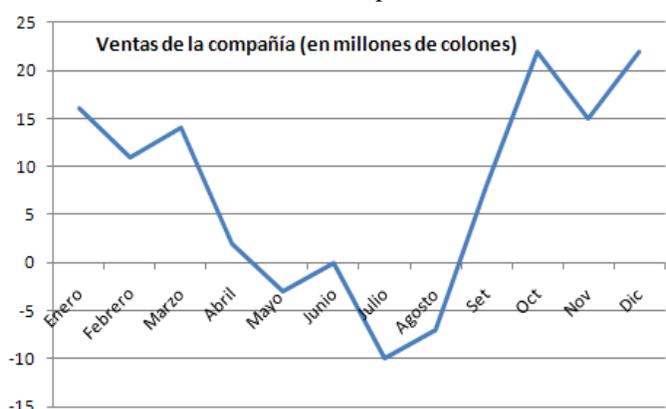
- a. $24 \div 8 + 5 \cdot 3 =$
- b. $7 - (5 - 2 \cdot 2) =$
- c. $5(2^3 - 5) - 8 \div (7 - 2 \cdot 3) =$
- d. $3^2(10 \div 2 + 9) - 3(12 \cdot 3) + 2^3(7 - 3 \cdot 2) =$

<p>Teoría de números</p> <ul style="list-style-type: none"> • Algoritmo de la división • Divisibilidad • Factor • Múltiplo • Números primos • Números compuestos • Descomposición prima • Mínimo Común Múltiplo • Máximo Común Divisor 	<p>3. Aplicar el algoritmo de la división en la resolución de problemas.</p>	<p>▲ Para trabajar con el algoritmo de la división, se puede plantear un problema como el siguiente:</p> <p>😊 Don Manuel va a poner losetas en el piso de una habitación que mide 4 metros por 3 metros, las losetas miden 30 cm por 15 cm. Se van a colocar de forma análoga a lo que se ve en la figura, con el lado mayor de la loseta paralelo al lado mayor de la habitación.</p>  <p>Imagen con derechos adquiridos por el MEP</p> <p>Las losetas pueden cortarse para que encajen en los extremos de cada fila de ellas. Don Manuel le dio las dimensiones a su hijo y éste compró 135 losetas. Si no se quiebra ninguna, ¿le alcanzarán estas losetas a don Manuel?, ¿le sobrarán?, si es así, ¿cuántas? ¿Cuántas filas de losetas habrá que colocar?, ¿cuántas losetas por fila?</p> <p>Se pide trabajar en el problema y exponer las estrategias usadas. En todo caso, para responder a las dos últimas preguntas se deberá emplear la división y analizar lo que sucede.</p> <p>⚙️ El algoritmo de la división se puede utilizar para demostraciones muy sencillas, como por ejemplo probar que todo número natural es par o es impar. Esto permite fortalecer el proceso <i>Razonar y argumentar</i>.</p>
	<p>4. Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas en diferentes contextos.</p>	<p>▲ La teoría de números permite retomar los conceptos y propiedades numéricas estudiadas en la educación Primaria y darles un mayor nivel de profundidad.</p> <p>▲ A través del uso de la pregunta dirigida se pueden repasar estos conceptos. Por ejemplo, el o la docente (D) escribe en la pizarra el número 120 y puede dirigir un diálogo con sus estudiantes de la siguiente forma:</p> <p>D: ¿Qué números dividen al 120 y por qué? Ester: Dos profe, ya que es un número par. D: Correcto. ¿Dicho número tiene más divisores? Allan: Sí, el tres, dado que sus cifras suman un número que es múltiplo de tres. También el cinco pues termina en cero. D: ¿Este número es múltiplo de 10? Melvin: Sí, porque $12 \cdot 10 = 120$. D: Muy bien. (El o la docente escribe lo siguiente:)</p> <ol style="list-style-type: none"> a. $120 = 12 \cdot 10$ b. $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ c. $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

		<p>d. $120 = 2 \cdot 12 \cdot 5$</p> <p>D: ¿Cuál de las representaciones anteriores corresponde a la descomposición en factores primos del número 120?</p> <p>Xinia: La opción b. y c. ya que las otras contienen cantidades que no corresponden a números primos.</p> <p> El uso de la pregunta dirigida en forma adecuada activa los procesos <i>Comunicar</i> y <i>Razonar</i> y <i>argumentar</i>. Por otra parte, permite fomentar un aprendizaje participativo y colaborativo.</p> <p>▲ Luego, se pueden resolver problemas de nivel de reflexión, como los propuestos a continuación para reforzar el manejo de los conceptos.</p> <p> Determinar todos los posibles valores de los dígitos a y b tales que el número de 5 cifras $1a2b1$ es múltiplo de 3.</p> <p> ¿Cuántas cifras tiene el número $2^{15} \times 5^{17}$?</p> <p> Escriba todos los números mayores que 5000 y menores que 11 000 que tienen el producto de sus dígitos igual a 343.</p>																						
	<p>5. Identificar números primos y compuestos.</p>	<p> Se puede desarrollar este tema por medio del componente histórico, proponiendo investigaciones acerca del uso de la Criba de Eratóstenes, o bien los métodos utilizados por los matemáticos de la antigüedad para generar números primos. Por ejemplo: el matemático suizo Euler (1707-1783) propuso una fórmula que sirve para obtener números primos:</p> $P(n) = n^2 - n + 41.$ <p>Sin embargo, para $n = 41$ el resultado es un número compuesto.</p>																						
	<p>6. Descomponer un número compuesto en sus factores primos.</p>	<p>▲ Se puede plantear el siguiente problema:</p> <p> Escriba todos los números menores que 1000 en los que el producto de sus dígitos sea 30.</p> <p>▲ Es importante que cada estudiante tenga claro cómo descomponer un número en sus factores primos, pues es común observar errores. Por ejemplo:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: top;"> <p>Forma correcta</p> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding-right: 10px;">40</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">20</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">10</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">5</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">5</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">1</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"></td></tr> <tr><td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;">$2^3 \cdot 5$</td></tr> </table> </td> <td style="text-align: center; vertical-align: top;"> <p>Forma incorrecta</p> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding-right: 10px;">40</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">4</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">10</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">5</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">5</td></tr> <tr><td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;">$4 \cdot 2 \cdot 5$</td></tr> </table> <p>Donde 4 no es un factor primo.</p> </td> </tr> </table>	<p>Forma correcta</p> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding-right: 10px;">40</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">20</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">10</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">5</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">5</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">1</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"></td></tr> <tr><td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;">$2^3 \cdot 5$</td></tr> </table>	40	2	20	2	10	2	5	5	1		$2^3 \cdot 5$		<p>Forma incorrecta</p> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding-right: 10px;">40</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">4</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">10</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">5</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">5</td></tr> <tr><td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;">$4 \cdot 2 \cdot 5$</td></tr> </table> <p>Donde 4 no es un factor primo.</p>	40	4	10	2	5	5	$4 \cdot 2 \cdot 5$	
<p>Forma correcta</p> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding-right: 10px;">40</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">20</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">10</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">5</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">5</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">1</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"></td></tr> <tr><td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;">$2^3 \cdot 5$</td></tr> </table>	40	2	20	2	10	2	5	5	1		$2^3 \cdot 5$		<p>Forma incorrecta</p> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="padding-right: 10px;">40</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">4</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">10</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="padding-right: 10px;">5</td><td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">5</td></tr> <tr><td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; padding-top: 5px;">$4 \cdot 2 \cdot 5$</td></tr> </table> <p>Donde 4 no es un factor primo.</p>	40	4	10	2	5	5	$4 \cdot 2 \cdot 5$				
40	2																							
20	2																							
10	2																							
5	5																							
1																								
$2^3 \cdot 5$																								
40	4																							
10	2																							
5	5																							
$4 \cdot 2 \cdot 5$																								

	<p>7. Obtener el Mínimo Común Múltiplo de dos números aplicando el algoritmo correspondiente.</p> <p>8. Obtener el Máximo Común Divisor de dos números aplicando el algoritmo correspondiente.</p>	<p>▲ Se puede introducir el tema a través de problemas como los siguientes:</p> <p>😊 Lorena es una estudiante que utiliza una red social cada 6 días. Su amigo Luis accede cada cinco días y su hermano Alex ingresa cada 8 días. Si ellos coincidieron en su visita a esta red social el día 24 de julio, ¿en qué fecha vuelven los tres a coincidir?</p> <p>😊 Damaris desarrolla un proyecto de bien social brindando ayuda a familias necesitadas. En su barrio, ella recogió 12 paquetes de frijoles, 18 paquetes de arroz y 30 tipos diferentes de pastas (fideos, caracolutos, lasaña, etc.). Ellos quieren hacer un pequeño diario que contenga la misma cantidad de productos con el mayor número de ellos posible sin que sobre alguno.</p> <p>a. ¿Cuántos paquetes podrán hacer con estas características?</p> <p>b. ¿Cuántos productos de cada tipo (arroz, frijoles y pastas) tendrá dicho diario?</p> <p>▲ Es necesario que se compartan las diferentes estrategias que usaron para resolver esta situación. Luego se establecen los conceptos y los algoritmos.</p>
	<p>9. Plantear y resolver problemas donde se utilice el Mínimo Común Múltiplo y el Máximo Común Divisor.</p>	<p>▲ Se puede proponer problemas análogos a los que permitieron introducir los problemas de la habilidad anterior.</p>
<p>Números enteros</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Enteros negativos ● Concepto de número entero ● Relaciones de orden ● Recta numérica ● Valor absoluto ● Número opuesto 	<p>10. Identificar números enteros negativos en contextos reales.</p>	<p>▲ Muchas situaciones en contextos reales proporcionan información que tiene que ver con los números negativos: temperaturas, ubicación sobre o bajo el nivel del mar, déficit económico, etc. Aunque en muchas ocasiones estas situaciones no presentan explícitamente el signo menos (-), se pueden modelar matemáticamente utilizando dicho signo. Se puede proponer información como la siguiente para que cada estudiante dé un modelo:</p> <div data-bbox="883 1402 1458 1451" style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> </div> <p>El ascenso durante el buceo, salir del agua</p> <p>Para iniciar el ascenso, se debe inspirar lentamente o dejar entrar un poco de aire en el chaleco para comenzar a ascender. Es necesario estar de cara al compañero para comprobar el ritmo de ascenso y el estado del otro. Se debe controlar la cantidad de aire que entra en el chaleco ya que la expansión de éste hará que se acelere la ascensión. Un cálculo adecuado consiste en ascender 15 metros por minuto hasta 5 metros de profundidad. En este punto muchos buceadores realizan una parada de seguridad de 3 minutos por precaución. Los últimos 5 metros hasta la superficie deben recorrerse en 1 minuto. Si se realiza una inmersión de descompresión, debe asegurarse que se realizan todas las paradas de seguridad establecidas.</p> <p>Fuente: http://buceaconmigo.com/El+ascenso+durante+el+buceo%2C+salir+del+agua_5_42_9_98_es.html</p>

		<p>Posteriormente, se implementan problemas donde se aproveche las formas gráficas de representación para su solución:</p> <p> El yak es un animal que habita en las montañas del Tíbet a unos 5000 m sobre el nivel del mar y el cachalote vive 5900 m más abajo. Determine la altura en la que suele vivir este último. Respuesta: 900 m bajo el nivel del mar.</p> <p> La temperatura promedio en la ciudad de San José es de 25 °C durante la estación lluviosa. Ciudades como Nueva York pueden experimentar hasta 30 °C menos. Describa a qué temperatura puede estar dicha ciudad. Respuesta: podría experimentar temperaturas de hasta 5 °C bajo cero.</p> <p> Esta actividad permite usar las formas de representación gráfica en la resolución de problemas. Se debe utilizar esto para establecer la existencia y representación de los números enteros negativos, así como otros contextos reales donde suelen ser usados.</p>																										
<p>11. Plantear y resolver operaciones y problemas utilizando las relaciones de orden en los números enteros.</p> <p>12. Ubicar números enteros en la recta numérica.</p>		<p>▲ Se puede plantear problemas donde se apele intuitivamente al ordenamiento de cantidades, luego establecerá las relaciones de orden en los números enteros. Por ejemplo:</p> <p> En Santiago de Chile se ha registrado el promedio mensual (redondeado al entero más cercano) de las temperaturas durante el último año, como se muestra en la siguiente tabla:</p> <table border="1" data-bbox="862 1163 1255 1539"> <thead> <tr> <th>Mes</th> <th>Temperatura</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Enero</td> <td>22°C</td> </tr> <tr> <td>Febrero</td> <td>30°C</td> </tr> <tr> <td>Marzo</td> <td>29°C</td> </tr> <tr> <td>Abril</td> <td>19°C</td> </tr> <tr> <td>Mayo</td> <td>10°C</td> </tr> <tr> <td>Junio</td> <td>5°C</td> </tr> <tr> <td>Julio</td> <td>-6°C</td> </tr> <tr> <td>Agosto</td> <td>-9°C</td> </tr> <tr> <td>Setiembre</td> <td>0°C</td> </tr> <tr> <td>Octubre</td> <td>-2°C</td> </tr> <tr> <td>Noviembre</td> <td>6°C</td> </tr> <tr> <td>Diciembre</td> <td>10°C</td> </tr> </tbody> </table> <p>a. ¿Cuál fue el mes donde hubo menor temperatura? b. ¿Cuál fue el mes donde hubo mayor temperatura? c. ¿Cuándo hubo mayor temperatura, en julio o en noviembre? d. Ordene las temperaturas de menor a mayor. e. Dibuje un termómetro donde se representen las temperaturas correspondientes a cada mes.</p> <p> Este tipo de problemas establece conexiones con otras áreas y asignaturas. Por ejemplo, se podría elaborar una línea de tiempo con los años en que ocurrieron hechos históricos relevantes antes y después de nuestra era. También, una</p>	Mes	Temperatura	Enero	22°C	Febrero	30°C	Marzo	29°C	Abril	19°C	Mayo	10°C	Junio	5°C	Julio	-6°C	Agosto	-9°C	Setiembre	0°C	Octubre	-2°C	Noviembre	6°C	Diciembre	10°C
Mes	Temperatura																											
Enero	22°C																											
Febrero	30°C																											
Marzo	29°C																											
Abril	19°C																											
Mayo	10°C																											
Junio	5°C																											
Julio	-6°C																											
Agosto	-9°C																											
Setiembre	0°C																											
Octubre	-2°C																											
Noviembre	6°C																											
Diciembre	10°C																											

		<p>representación de las temperaturas promedio característica de los climas que se presentan en el mundo. Después se puede establecer la noción de recta numérica a partir de dichas representaciones.</p> <p>▲ Posteriormente, se pueden plantear problemas para reforzar la comprensión de estas relaciones en la recta numérica. Por ejemplo, en la interpretación de la información que ofrecen ciertos gráficos estadísticos:</p> <p>😊 En el siguiente cuadro aparecen las ganancias o pérdidas en cada mes del año 2011 de una empresa:</p>  <p>a. ¿En qué meses la empresa tuvo pérdidas? b. ¿En qué meses la empresa tuvo ganancias? c. ¿En qué meses no hubo ni ganancias ni pérdidas? d. ¿Cuál es la ganancia total en los primeros seis meses? e. ¿Cuál es la ganancia total en el segundo semestre? f. ¿Cuál fue la situación de la empresa en los meses de mayo, junio, julio y agosto?</p> <p>⚙ Este problema permite establecer conexiones con <i>Estadística y Probabilidad</i>.</p>
	<p>13. Determinar el opuesto y el valor absoluto de un número entero.</p>	<p>▲ Se puede iniciar con un problema que permita establecer la diferencia entre el valor relativo y el valor absoluto de un número entero. Por ejemplo:</p> <p>😊 Carolina sale de su casa y se dirige al hogar de su mamá que se ubica 2 km al Sur del suyo. Luego de saludarla y conversar con ella, le informan que su hermano Andrés (quien estudia en el extranjero y llevaba más de 5 años de no visitar a su familia) llegó a Costa Rica y que se encuentra en su casa de habitación, a 750 m Norte de la casa de su mamá por lo que ellas se dirigen para darle la bienvenida. Considerando como punto de referencia la casa de Carolina:</p> <p>a. Determine su ubicación actual en metros. b. Determine la distancia en metros que hay entre la casa de Carolina y la de su hermano.</p> <p>▲ Se definirá el valor absoluto de un número entero como la distancia que existe entre el número y el cero en la recta numérica.</p>

		<p>▲ Es necesario utilizar el símbolo “-” (símbolo de resta) para denotar el cálculo del opuesto de un número dado. Así el opuesto de -31 se denotaría simbólicamente</p> $-(-31) = 31$ <p>y el opuesto de 24</p> $-(24) = -24 \quad \text{o bien} \quad -24 = -24$ <p>▲ Es conveniente verificar las propiedades con ejemplos numéricos, tal como: un número entero y su opuesto tienen el mismo valor absoluto.</p> $ -6 = 6 $ <p>Después de asimilar las operaciones con números enteros se puede proponer la verificación de las siguientes propiedades:</p> $ a \cdot b = a \cdot b $ $ a + b \leq a + b $
<p>Operaciones, cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División • Potencias • Raíces • Combinación de operaciones 	<p>14. Resolver problemas aplicando sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros.</p>	<p>▲ Para el caso de la suma y la resta, se puede esclarecer el concepto mediante el planteo de problemas. Por ejemplo:</p> <p> Buceando, Edwin se encontraba a 9 m bajo el nivel del mar. Si Edwin descendió 8 m más, ¿a qué profundidad estaba?</p> <p> Pedro debe a Juan ₡250 000 y le cancela ₡110 000. ¿Cuánto le queda debiendo Pedro a Juan?</p> <p>▲ Aunque para resolver los problemas anteriores no se requiere estrictamente el uso de números negativos, se deberá utilizar como una forma de modelizar que será útil en diversas circunstancias. Así, en la etapa de discusión se representarán los datos con números enteros positivos o negativos, de manera que se puedan enunciar estrategias que permitan establecer los algoritmos correspondientes.</p> <p>▲ En el caso del producto, se debe enfatizar la razón de la ley de signos. Para ello, el docente puede plantear problemas como el siguiente:</p> <p> Determine el resultado de la operación $5 \cdot -4$.</p> <p>Se espera que cada estudiante utilice la noción de producto como suma sucesiva y que verifique, con operaciones similares, que se sigue cumpliendo la tendencia en el signo del resultado.</p> $5 \cdot -4 = -4 + -4 + -4 + -4 + -4 = -20$ <p> Sería interesante introducir la historia de los números negativos al comenzar su estudio.</p> <p>▲ Cuando se trata el producto de dos números enteros negativos, se puede utilizar la noción de número opuesto para justificar el signo que posee el resultado. Observe:</p> $-3 \cdot -2 = -(3) \cdot -2 = -(-2 + -2 + -2) = -(-6) = 6$ <p>▲ La división es con cociente entero y residuo cero.</p>

	<p>15. Simplificar cálculos mediante el uso de las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la adición y multiplicación.</p>	<p>▲ Por ejemplo si se desea resolver la operación $5 + -7 + 5 + -10$ un estudiante puede resolver primero $5 + 5$ luego $-7 + -10$ y finalmente se suman los resultados. Esto se justifica por la conmutatividad y la asociatividad de la suma y permite simplificar los cálculos.</p>
	<p>16. Calcular potencias cuya base sea un número entero y el exponente sea un número natural. 17. Utilizar las propiedades de potencias para representar el resultado de operaciones con potencias de igual base.</p>	<p>▲ Es importante la deducción de las propiedades de potencias a partir de su definición. Esto se puede lograr por medio del planteo de problemas análogos al siguiente:  Represente el resultado de la operación $3^{25} \cdot 3^{31}$. Aquí se pretende que ante la imposibilidad de brindar un resultado, se busque una representación alternativa del resultado: 3^{56}. Además es importante que se comuniquen las estrategias utilizadas con el fin de lograr un aprendizaje más activo y colaborativo. Las propiedades a deducir son: a. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ b. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ c. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ d. $a^0 = 1, a \neq 0$ ▲ Hacer hincapié en la diferencia entre las expresiones del tipo -5^2 y $(-5)^2$ ya que la primera representa el opuesto de 5^2 (resultado negativo) y la segunda que -5 se eleva a la dos (resultado positivo).</p>
	<p>18. Identificar la relación entre potencias y raíces como operaciones inversas.</p>	<p>▲ Se pueden proponer problemas tipo reto matemático. Por ejemplo:  ¿Qué número multiplicado por sí mismo 5 veces da como resultado 32?  ¿Qué número multiplicado por sí mismo 3 veces da como resultado 64? ▲ Luego se establece la relación existente entre la potenciación y la radicación así como la simbología utilizada: $(-7)^3 = -343 \leftrightarrow \sqrt[3]{-343} = -7$. ▲ También se debe reforzar el concepto con ejemplos del tipo: $(-5)^2 = 25 \leftrightarrow \sqrt{25} = -5 = 5$ ▲ Es importante proponer a cada estudiante ejemplos que generen discusión acerca de la veracidad de ciertas proposiciones. Por ejemplo:  ¿Son correctas las siguientes igualdades? $\sqrt{-4} = -2, \sqrt[3]{-8} = -2$.</p>

		 Sobre esto se pretende que se argumenten las posiciones tomando como base la relación existente entre la potenciación y la radicación.
19. Calcular la raíz de un número entero cuyo resultado sea entero.	<p>▲ En esta habilidad, es fundamental el proceso de obtener la raíz sin el uso de la calculadora mediante la descomposición en factores primos y el uso de las siguientes propiedades de radicales:</p> $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & \text{para } n \text{ par} \\ x & \text{para } n \text{ impar} \end{cases}$ $\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x} \sqrt[n]{y}$	
20. Calcular resultados de operaciones con números enteros en expresiones que incorporen la combinación de operaciones con paréntesis o sin ellos.	<p>▲ Las operaciones combinadas no deben exceder de dos términos, en cada uno de ellos sólo se hará uso de a lo sumo un paréntesis. En el interior de cada paréntesis sólo incluir a lo sumo dos diferentes tipos de operaciones. En algunos ejemplos, incluir potencias y raíces exactas. A continuación algunos ejemplos:</p> <p>a. $32(-\sqrt{49} + 5^3) =$</p> <p>b. $3(-4 + 5 \cdot -3) + 5(-27 \div -9 - \sqrt{25}) =$</p> <p>c. $((-2)^3 + 11) - 3(16 - 9 \cdot -2) =$</p>	
21. Resolver problemas en los que se apliquen las operaciones con números enteros.	<p>Por ejemplo:</p>  Hernán recibió hoy de su madre ₡5000, además ayer había prestado a tres compañeros ₡500 a cada uno para que compraran un refresco; los tres le pagaron hoy lo que le debían. Con el dinero que ahora tiene pretende comprar tres naranjas que le cuestan ₡200 cada una y quiere también comprar un CD que cuesta ₡5700. Modele mediante una combinación de operaciones con números enteros la situación propuesta. Obtenga el resultado de efectuar las operaciones. ¿Le alcanza a Hernán el dinero que tiene para comprar las naranjas y el CD?	

8° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Números racionales <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de número 	1. Identificar números racionales en diversos contextos.	<p>▲ Se pueden proponer problemas como el siguiente.</p>  Aquí aparecen los precios de los combustibles.

racional

- Representaciones
- Relaciones de orden



PRECIOS NACIONALES (*)
LOCAL PRICES (*)

Precios en colones al consumidor en estaciones de servicio
Rigen a partir del 02 de Febrero del 2012

PRODUCTOS PRODUCTS	PRECIO / litro sin imp. Único cost / litre without tax	Imp. Único Tax	Margen Promedio de Estaciones de Servicio Local Services stations Average Margin	Precio / litro total Cost / litre
Gasolina Super Super Gasoline	351,7460	213,0000	50,5548	615,0000
Gasolina Plus 91 Plus 91 Gasoline	346,3730	203,5000	50,5548	600,0000
Diesel 50 Diesel 50	403,7050	120,2500	50,5548	575,0000

Imagen tomada de: http://www.recope.go.cr/info_clientes/precios_productos/
Si en la gasolinera pido que me vendan ₡10 000 en gasolina Plus 91, ¿cuántos litros me dan?

▲ Problemas como éste permiten introducir la necesidad de utilizar otros números diferentes a los enteros.

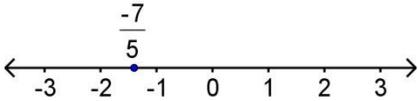
▲ Cada estudiante debe tener claro que los números enteros también son números racionales.

▲ Es importante que cada estudiante pueda resolver situaciones en contexto en las que se involucre la noción de división. Esto permitirá en la etapa de clausura establecer su representación por medio de fracciones. Se deben implementar ejemplos que originen números enteros y no enteros (no se debe olvidar contemplar situaciones que involucren números negativos). Por ejemplo:

😊 Si camino 10 m en dirección Oeste y me devuelvo una cuarta parte de dicho recorrido, ¿cuánto me desplacé con respecto al lugar del que salí?

😊 Juan contrajo una deuda de ₡17 500. Su padre, un hermano y un amigo deciden ayudarle a pagarla por lo que se reparten la deuda equitativamente entre ellos tres. ¿Cuánto debe pagar cada uno?

	<p>2. Realizar aproximaciones decimales de números racionales.</p> <p>3. Identificar los números racionales representados con expansión decimal exacta y con expansión decimal periódica.</p>	<p>▲ Inicialmente, se debe procurar que el estudiante efectúe divisiones sin el uso de la calculadora. Esto permite enfatizar cómo es que se obtienen las representaciones decimales de los números racionales. De paso, se puede visualizar la infinitud de los decimales de algunos números racionales.</p> $\frac{21}{4} = 21 \div 4 = 5,25$ $\frac{4}{3} = 4 \div 3 = 1,33333 \dots = 1,\bar{3}$ $\frac{9}{11} = 9 \div 11 = 0,818181 \dots = 0,\overline{81}$ $\frac{7}{6} = 7 \div 6 = 1,166666 \dots = 1,1\bar{6}$ <p>▲ Esta noción de infinitud es fundamental en los números racionales e irracionales que se tratan en el próximo año escolar.</p> <p>▲ Al aproximar fracciones por medio de su expansión decimal, se debe aclarar que la calculadora da una aproximación (en el caso de los decimales periódicos), por lo que la notación mediante el uso de la raya del periodo o bien la notación fraccionaria asegura la exactitud en la representación del número racional.</p>
	<p>4. Identificar y aportar ejemplos de representaciones distintas de un mismo número racional.</p>	<p>▲ Por ejemplo $\frac{7}{5} = 1,4 = 1\frac{2}{5} = 1 + \frac{2}{5}$.</p> <p>▲ Se pueden idear problemas donde se haga uso de representaciones numéricas adecuadas para el desarrollo de actividades cotidianas. Por ejemplo:</p> <p>😊 Ana encontró en Internet una receta cuyos ingredientes aparecen a continuación.</p> <div data-bbox="850 1205 1360 1728" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;"><i>Gastronomía del Mundo</i></p> <p style="text-align: center;">OTRO PASTEL DE LIMÓN</p> <p style="text-align: center;">Ingredientes</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Pasta: ■ 2 1/4 tazas de harina ■ 1 taza colmada de margarina ■ 1/8 cda. de sal ■ ■ Relleno: ■ 2 3/4 tazas de azúcar ■ 1 taza de fécula de maíz ■ 3 tazas de agua ■ 4 yemas de huevo batidas ■ 4 cdas. de margarina derretida ■ 6 cdas. de jugo de limón ■ Ralladura de 3 limones ■ ■ Merengue: ■ 4 claras ■ 6 cdas. de azúcar </div> <p style="text-align: center;">Imagen tomada de: http://www.arecetas.com</p> <p>Ana manifiesta que no comprende la forma en que aparece la información pues no está descrita en la forma tradicional. ¿De qué forma se puede ayudar a Ana para que comprenda los datos de la receta?</p>

	<p>5. Comparar y ordenar números racionales en notación decimal, fraccionaria y mixta.</p> <p>6. Representar números racionales en la recta numérica, en cualquiera de sus representaciones.</p>	 Usar la estimación mental y la calculadora para realizar tal representación. <p>▲ Para ubicar $\frac{-7}{5}$ en la recta numérica se pueden utilizar algunas de sus representaciones:</p> $\frac{-7}{5} = -1,4 = -1\frac{2}{5}$ 
<p>Operaciones, cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División • Potencias • Raíces • Combinación de operaciones 	<p>7. Aplicar la suma y resta de números racionales en diversos contextos.</p> <p>8. Aplicar la multiplicación y división de números racionales en diversos contextos.</p> <p>9. Utilizar las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la suma y multiplicación para simplificar cálculos con números racionales.</p> <p>10. Calcular el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números racionales en cualquiera de sus representaciones.</p>	<p>▲ Se puede formular problemas como el siguiente:</p> <p>😊 Ademar compró 3 metros de plástico para forrar cuadernos. El necesitó $1\frac{1}{5}$ m para forrar algunos, su hermano Randall utilizó 0,6 m y su hermana Hellen usó $\frac{1}{3}$ m.</p> <p>a) ¿Cuánto plástico utilizaron para forrar los cuadernos? b) ¿Cuánto plástico sobró?</p> <p>▲ Es importante retomar lo trabajado respecto al uso de diversas representaciones de un número, así como la amplificación y simplificación de fracciones para justificar el empleo del mínimo común múltiplo en el desarrollo de estas operaciones:</p> <p>Representaciones:</p> $1\frac{1}{5} = \frac{6}{5}, \quad 0,6 = \frac{6}{10}$ <p>Operación:</p> $\frac{6}{5} + \frac{6}{10} + \frac{1}{3} =$ <p>Mínimo Común Múltiplo de 5, 10 y 3 es 30.</p> <p>Amplificación de las fracciones por 6, por 3 y por 10 respectivamente:</p> $\frac{36}{30} + \frac{18}{30} + \frac{10}{30} = \frac{64}{30}$ <p>Simplificación:</p> $\frac{64}{30} = \frac{32}{15}$ <p>Así ellos gastaron $\frac{32}{15}$ m (aproximadamente 2,13 m).</p> <p>▲ En la etapa de clausura o cierre, se detalla el algoritmo que permite sumar y restar fracciones heterogéneas por medio del Mínimo Común Múltiplo de sus denominadores.</p> <p>▲ Se debe trabajar con suma y resta de números racionales en cualquiera de sus notaciones.</p>

	11. Efectuar operaciones con potencias de base racional y exponente entero.	<p>▲ Generalización de las propiedades verificadas en 7° Año. Es necesario formalizar las siguientes propiedades:</p> <p>a. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$</p> <p>b. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$</p> <p>c. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a \neq 0, b \neq 0$</p>
	12. Calcular raíces n -ésimas de un número racional.	<p>▲ Las raíces calculadas deben dar como resultado un número racional.</p> <p>▲ Si el número racional está representado en su forma fraccionaria, es fundamental el proceso de obtener la raíz sin el uso de la calculadora mediante la descomposición en factores primos del numerador y el denominador. El docente debe introducir el uso de la siguiente propiedad:</p> $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$
	13. Calcular resultados de operaciones con números racionales de expresiones donde haya combinación de ellas con paréntesis o sin ellos.	<p>▲ En la prioridad de operaciones, plantear operaciones que no excedan los dos términos. Por ejemplo:</p> $-\frac{3}{4} + 5^{-1} \div -1,3 =$ <p>▲ Si se contempla el uso de paréntesis, las expresiones deberán contener como máximo dos y que cada uno de ellos contenga solamente dos términos (dos factores a lo sumo cada término). A continuación algunos ejemplos:</p> $-2\left(\frac{-5}{3} + 5 \cdot \frac{1}{2}\right)$ $2\frac{1}{3}\left(-1,4 - 2 \div \sqrt{\frac{1}{4}}\right) - 5\left(\frac{-2}{3} \cdot \frac{-1}{4} - 1\right)$
	14. Desarrollar estrategias para el cálculo mental de resultados de operaciones con racionales.	<p>▲ Deben usarse ejercicios apropiados, por ejemplo:</p> $\frac{-8}{7} - \frac{5}{7}$ $\frac{-9}{4} + \frac{3}{4}$ $\frac{1}{6} - \frac{5}{6} + -3$ $\frac{-1}{5} \cdot -4$ <p> Solicitar a cada estudiante juzgar si los resultados de las estimaciones son razonables y que argumente su posición.</p>

	<p>15. Seleccionar métodos y herramientas adecuados para la resolución de cálculos, según el problema dado.</p>	<p>▲ Dependiendo del problema se pueden utilizar diferentes estrategias de cálculo, por ejemplo:</p> <table border="1" data-bbox="803 264 1395 359"> <tr> <td>Cálculo mental</td> <td>1,5 kg a ₡2000 cada kilogramo.</td> </tr> <tr> <td>Papel y lápiz</td> <td>1,5 kg a ₡2450 cada kilogramo.</td> </tr> <tr> <td>Calculadora</td> <td>1,75 kg a ₡2225 cada kilogramo.</td> </tr> </table>	Cálculo mental	1,5 kg a ₡2000 cada kilogramo.	Papel y lápiz	1,5 kg a ₡2450 cada kilogramo.	Calculadora	1,75 kg a ₡2225 cada kilogramo.
Cálculo mental	1,5 kg a ₡2000 cada kilogramo.							
Papel y lápiz	1,5 kg a ₡2450 cada kilogramo.							
Calculadora	1,75 kg a ₡2225 cada kilogramo.							
	<p>16. Plantear y resolver problemas en los que se requiera de la aplicación de operaciones con números racionales.</p>	<p>▲ Conviene proponer operaciones para que los estudiantes planteen problemas. Por ejemplo:</p> <p>😊 Se pide a las y los estudiantes que planteen un problema en el que se involucre la siguiente combinación de operaciones:</p> $\frac{3}{2} \cdot 5 - \frac{2}{3} \cdot 3$						

9° Año	
Conocimientos	Habilidades específica
<p>Números reales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Números irracionales • Representaciones • Comparación • Relaciones de orden 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar números irracionales en diversos contextos. 2. Identificar números con expansión decimal infinita no periódica. 3. Realizar aproximaciones decimales de números irracionales. 4. Reconocer números irracionales en notación decimal, en notación radical y otras notaciones particulares. 5. Comparar y ordenar números irracionales representados en notación decimal y radical. 6. Determinar números irracionales con representación radical entre dos números enteros consecutivos.
<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de número real • Recta numérica 	<ol style="list-style-type: none"> 7. Identificar números reales (rationales e irracionales) y no reales en cualquiera de sus representaciones y en diversos contextos. 8. Representar números reales en la recta numérica, con aproximaciones apropiadas.
<p>Cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División • Potencias • Radicales 	<ol style="list-style-type: none"> 9. Estimar el valor de la raíz de un número entero. 10. Utilizar la calculadora para resolver operaciones con radicales.

Tercer ciclo, Geometría

Observaciones

Para sétimo año

Dado que los conocimientos en Geometría para el sétimo año son los básicos de esta área y el programa anterior en primaria da los conceptos previos necesarios, solo hay un cambio entre el programa nuevo y el de transición en esta área. Consiste en introducir el tema de traslaciones, que en los nuevos ya se introduce en primaria (no está en los anteriores) y será necesario para los niveles posteriores.

El programa nuevo introduce los tema de la visualización espacial y geometría analítica; esto no aparece en el anterior.

Los nuevos programas no abordan las rectas notables en el triángulo como sí lo hacen los anteriores.

Para octavo año

En los nuevos programas aparece el tema de homotecias en este nivel; para la transición 2013 no se verá, con el propósito de simplificar algo el programa. Esto implica un cambio en el enfoque de la semejanza y la congruencia.

La principal diferencia entre este programa y el anterior (para el 2013 en este nivel) consiste en que ahora se aborda el tema de visualización espacial (pirámides y prismas).

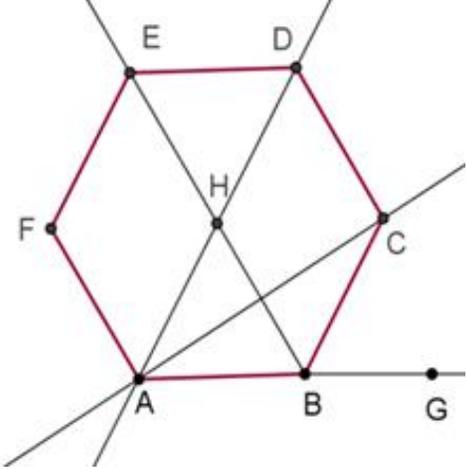
Para noveno año

Se quita el contenido de fórmula de Herón del programa viejo y se dejan los demás para ser tratados con el enfoque de los nuevos programas. Los objetivos y contenidos se presentan en la forma de conocimientos y habilidades específicas en el esquema de los nuevos programas.

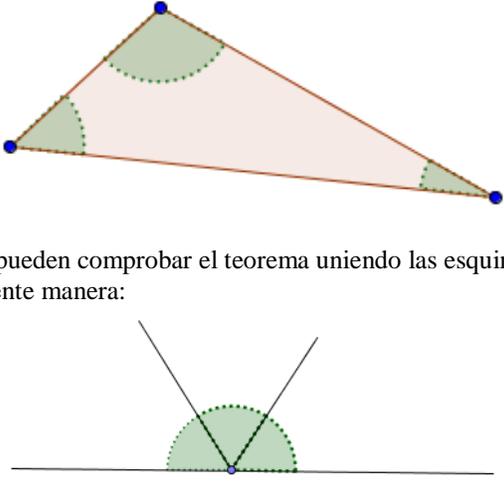
Habilidades generales

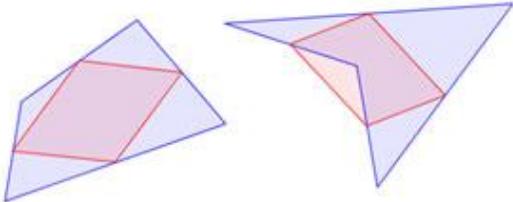
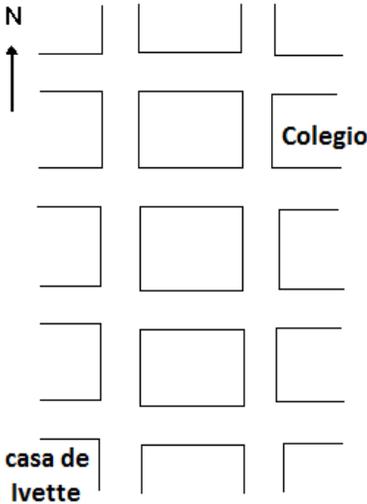
Las habilidades generales que deberán ser adquiridas en *Geometría* al finalizar el Tercer ciclo son:

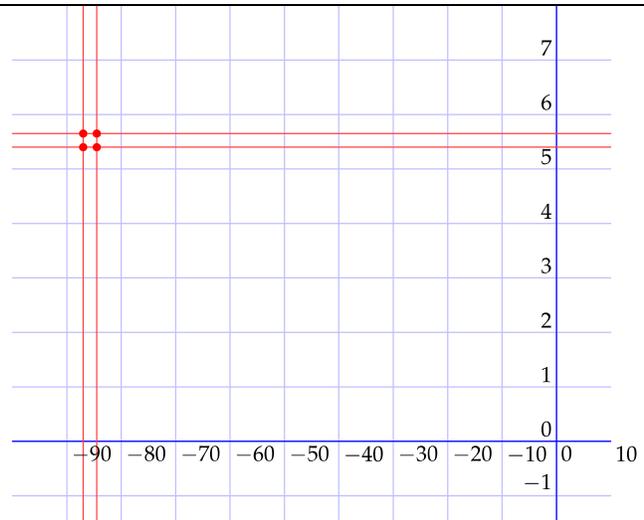
- Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos).
- Aplicar diversas propiedades y transformaciones de las figuras geométricas.
- Utilizar nociones básicas de geometría analítica.
- Aplicar las razones trigonométricas básicas (seno, coseno, tangente) y las relaciones entre ellas en diferentes contextos.
- Visualizar y aplicar características y propiedades de figuras geométricas tridimensionales.

<ul style="list-style-type: none"> • Planos perpendiculares 		<p>b. ¿Qué pares de planos son paralelos? c. ¿Qué pares de planos son perpendiculares? d. Señale un par de rectas paralelas. e. Señale un par de rectas perpendiculares.</p> <p>Estas preguntas pueden responderse de manera intuitiva y permitirán establecer los conceptos apropiados y la notación correspondiente.</p>
<p>Ángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Llano • Adyacentes • Par lineal • Opuestos por el vértice • Congruentes • Complementarios • Suplementarios 	<p>8. Reconocer en diferentes contextos ángulos llanos, adyacentes, los que forman par lineal y los opuestos por el vértice.</p> <p>9. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos.</p> <p>10. Determinar medidas de ángulos sabiendo que son congruentes, complementarios o suplementarios con otros ángulos dados.</p> <p>11. Aplicar la relación entre las medidas de ángulos determinados por tres rectas coplanares dadas.</p> <p>12. Obtener y aplicar medidas de ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal a ellas, conociendo la medida de uno de ellos.</p>	<p>▲ Se deben aprovechar estos contenidos para repasar el concepto de ángulo y la clasificación de los mismos ya estudiados en primaria. Se agregará el ángulo llano.</p> <p>▲ Se pueden utilizar algunos conceptos desarrollados en primaria (polígonos regulares) para proponer problemas. Por ejemplo:</p> <p>😊 Si el hexágono que se le presenta a continuación es regular, entonces determine las medidas de los ángulos: EHB, EHD, DAB, ABC, CBG.</p>  <p>▲ Puede también identificar una pareja de ángulos adyacentes, una pareja de ángulos opuestos por el vértice y un par lineal. Asimismo, se podría preguntar cuál es la relación de medida entre los ángulos $\angle DEB$ y $\angle EBA$, así como $\angle EDA$ y $\angle DAB$, y así buscar una correspondencia según la cual \overline{ED} y \overline{AB} son segmentos paralelos.</p> <p>📅 Asimismo, se puede utilizar la tecnología con el uso de un software adecuado para obtener de forma dinámica (moviendo un lado del ángulo) la representación gráfica de varios ángulos y de sus medidas (grados sexagesimales). Esto con el fin de establecer clasificaciones y relaciones entre los mismos.</p>

<p>Triángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desigualdad triangular • Ángulos internos • Ángulos externos 	<p>13. Aplicar la desigualdad triangular.</p> <p>14. Aplicar la propiedad de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo.</p> <p>15. Determinar medidas de ángulos internos y externos de un triángulo, conociendo medidas de los otros ángulos.</p>	<p>▲ La desigualdad triangular se puede introducir por medio de un problema como el siguiente, que también puede servir para introducir los conocimientos relacionados con ángulos internos y con ángulos externos.</p> <p>😊 En la casa de Cristian luego de una remodelación sobraron cuatro pedazos de cerca de 3,8 m; 4,3 m; 7,3 m y 8,1 m. Cristian desea utilizar ese material que sobró para hacer una cerca triangular para su perro Colitas, pero no sabe cuáles tres pedazos escoger para formar un triángulo. Intente ayudarlo a Cristian.</p> <p>Se pide realizar dibujos tomando como escala al centímetro como metro. Luego se pueden plantear varias interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuáles escogencias sirven y cuáles no? ¿Por qué algunas sirven y otras no? <p>De las opciones de escogencia que sirven, se solicita medir los ángulos internos y sumarlos.</p> <p>¿Cuál ha sido la suma aproximada de los ángulos internos de los triángulos?</p> <p>Como ejercicio se pueden proponer tripletas de números para determinar si corresponden a los lados de un triángulo.</p> <p>▲ Luego, se pide proponer una estrategia para saber cuál de los triángulos encontrados le proporcionaría más área a Colitas.</p> <p>Por último, se realiza la etapa de clausura o cierre para establecer las propiedades de desigualdad triangular, suma de los ángulos internos y suma de los ángulos externos.</p> <p>⚙️ Con este tipo de problemas se busca la conexión con el área de <i>Medidas</i> y enfatizar en el proceso <i>Razonar y argumentar</i>.</p> <p>▲ Para verificar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° (ángulo llano), se puede pedir que se construya en cartón un triángulo cualquiera y se recorte sus esquinas.</p>

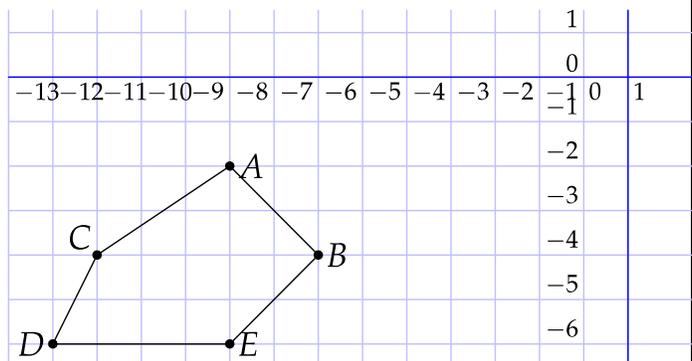
		 <p>Luego, pueden comprobar el teorema uniendo las esquinas de la siguiente manera:</p> <p>⚙️ Aquí es importante que se comuniquen las conclusiones al resto de la clase.</p>
<p>Cuadriláteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Áreas • Suma de medidas de ángulos internos • Suma de medidas de ángulos externos 	<p>16. Aplicar la propiedad de la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero convexo.</p> <p>17. Aplicar la propiedad de la suma de los ángulos externos de un cuadrilátero convexo.</p> <p>18. Resolver problemas que involucren ángulos, triángulos, cuadriláteros, sus propiedades y cálculo de áreas.</p>	<p>▲ Debe iniciarse con un repaso del cálculo de áreas de cuadriláteros mediante un problema como el siguiente:</p> <p>😊 Calcule el área aproximada de la Isla del Coco, utilizando algún mapa de Costa Rica.</p> <p>La idea es que se visualice la Isla del Coco como un cuadrilátero (por ejemplo: rectángulo) y, tomando en cuenta la escala del mapa, se aproxime su área. También, para una mejor estimación se podría dividir el mapa en varias figuras de áreas conocidas (triángulos, trapecios, cuadrados, rectángulos, etc.) y comparar los diferentes resultados del grupo. Con este ejercicio se estimula la creatividad.</p> <p>▲ Se puede trabajar en subgrupos de la clase y comparar las medidas para ver quiénes dan la mejor aproximación.</p> <p>Nota: La isla del Coco tiene aproximadamente 7,6 km de largo y 4,4 km de ancho, por lo tanto su área es aproximadamente 33,44 km².</p> <p>⚙️ Problemas como éste se relacionan de modo natural con unidades de medida y escala. Además, permiten desarrollar los procesos <i>Comunicar</i> y <i>Razonar y argumentar</i>.</p> <p>💡 Este tipo de actividades requiere de la participación estudiantil activa, es fundamental fomentar experiencias de aprendizaje para aprender de los propios errores y compartir las diferentes estrategias con toda la clase.</p> <p>▲ Se debe relacionar la propiedad de la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero convexo con la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo.</p>

	<p>19. Utilizar software de geometría dinámica para la visualización y la verificación de propiedades geométricas.</p>	<p> A través de la tecnología y una guía apropiada, se propone que se “conjeture” sobre algunas propiedades de los cuadriláteros. Por ejemplo: dado cualquier cuadrilátero, los puntos medios determinan un paralelogramo.</p>  <p> Una vez hecha la conjetura, deberá ser comunicada a toda la clase y argumentar sobre su validez. Es importante generar comentarios sobre los posibles errores que se cometan e indagar el porqué de los mismos.</p>
<p>Geometría analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ejes cartesianos • Representación de puntos • Representación de figuras 	<p>20. Representar puntos y figuras geométricas en un plano con un sistema de ejes cartesianos.</p> <p>21. Determinar algebraicamente el punto medio de un segmento.</p> <p>22. Ubicar puntos en el interior y en el exterior de figuras cerradas en un plano con un sistema de ejes cartesianos.</p>	<p>▲ En primer lugar se puede introducir la representación de puntos en el plano por medio de un problema como el que se presenta a continuación:</p> <p> El siguiente croquis muestra la comunidad en donde vive Ivette. Las cuadras miden aproximadamente 100 metros de Este a Oeste y 50 metros de Norte a Sur.</p>  <p>Si Ivette asiste al colegio de su comunidad:</p> <p>¿Cuál es el trayecto más corto de su casa al colegio, a través de las calles? ¿Es el único trayecto con igual longitud?</p> <p>¿Cómo dar una dirección del colegio tomando como referencia la casa de Ivette?</p> <p>▲ Otra manera de introducir el tema de forma natural es con la ubicación de lugares en el mapa mediante paralelos y meridianos. Por ejemplo, la Isla del Coco está ubicada entre los paralelos $5^{\circ}30''$ y $5^{\circ}34''$ de latitud Norte y entre los meridianos $87^{\circ}1''$ y $87^{\circ}6''$ longitud Oeste.</p>



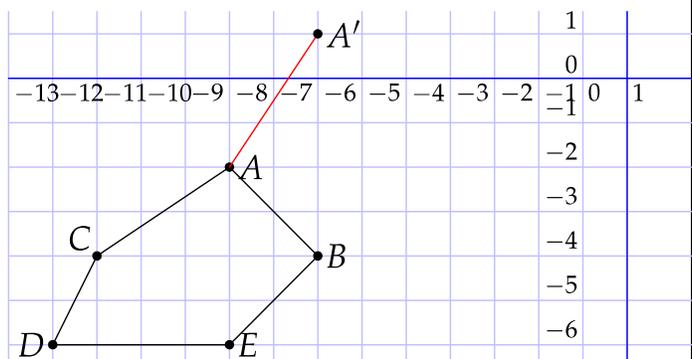
▲ También se pueden proponer diferentes tipos de triángulos y cuadriláteros ubicando puntos con coordenadas en un sistema de ejes cartesianos. Por ejemplo, ubicar los puntos que representan los vértices del polígono, unir los puntos con segmentos y de esta manera identificar la figura y calcular su área.

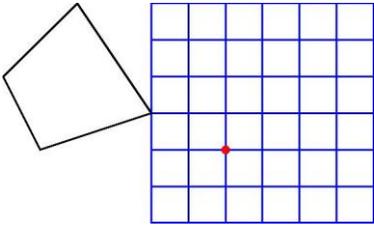
Coordenadas: $A(-8, -2)$; $B(-6, -4)$; $C(-11, -4)$; $D(-12, -6)$; $E(-8, -6)$.



▲ Lo siguiente es trasladar puntos específicos mediante la suma o la resta de constantes enteras en las respectivas coordenadas de los puntos.

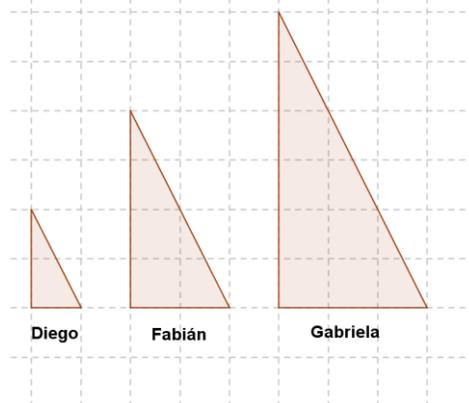
$A(-8, -2)$ se traslada a $A'(-8 + 2, -2 + 3)$.



		<p>▲ Identificar también el movimiento de traslación al sumar y al restar una constante a una coordenada x o y de un punto. Considerar si un punto, dadas sus coordenadas y el trazo de una figura, se encuentra en el interior, el exterior o la frontera de dicha figura.</p> <p>Por ejemplo, el punto $A(-10, -2)$ está en el exterior de la figura y el punto $A(-9, -5)$ está en el interior.</p>
<p>Transformaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Traslaciones 	<p>23. Reconocer figuras que se obtienen mediante traslación de otras.</p> <p>24. Determinar las coordenadas de la traslación de puntos dados.</p>	<p>▲ Se puede comenzar con el desplazamiento de una persona o deslizando objetos o figuras sobre el piso o sobre cualquier superficie plana.</p> <p>▲ Dada una figura, cada estudiante podrá trazar otra que se traslada a otra posición, utilizando papel cuadriculado. Se le puede pedir que traslade el cuadrilátero que se da en la figura al cuadriculado de modo que uno de los vértices sea el punto rojo.</p>  <p>⚙️ Luego se le pregunta sobre qué elementos del cuadrilátero permanecen invariantes (se deberá expresar en su propio vocabulario que las medidas de los ángulos y de los lados permanecen constantes). Proceso involucrado: <i>Comunicar.</i></p>

8° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Triángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Semejanza • Congruencias • Teorema de Thales 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos. 2. Identificar figuras congruentes en diferentes contextos. 3. Aplicar los criterios de semejanza: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo ángulo para determinar y probar la semejanza de triángulos. 4. Aplicar los criterios de congruencia: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo lado ángulo, para 	 <p>Para introducir este tema se puede utilizar como elemento motivador una breve reseña sobre Thales de Mileto (siglo VI a. C.). Se le considera como el primer filósofo y como el primero de los Siete Sabios griegos. Aunque no existen evidencias claras, se ha dicho que Thales fue el primer matemático auténtico en el sentido de que fue el primero en preocuparse por la demostración de las propiedades de las figuras geométricas. Se cuenta que Thales midió la altura de las pirámides de Egipto observando las longitudes de sus sombras en el momento en que la sombra proyectada por un palo clavado verticalmente era igual a su altura (uso de la semejanza de triángulos).</p> <p>▲ Primero, es importante construir el concepto de congruencia y semejanza de figuras de forma intuitiva. Por ejemplo, se puede pedir que se dibuje en papel cuadriculado un triángulo rectángulo donde su altura sea el doble que su base.</p>

- determinar y probar la congruencia de triángulos.
- 5. Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.
- 6. Utilizar software de geometría dinámica para visualizar propiedades relacionadas con la congruencia y semejanza de triángulos.



Se pide a cada estudiante comparar un triángulo con el del resto de la clase para buscar quiénes construyeron triángulos “iguales” (con las mismas dimensiones). Tomando en cuenta que hayan diversas respuestas correctas, se puede preguntar:

- a. ¿Puede haber varios triángulos que cumplan estas condiciones?
- b. Si es así, ¿cómo se podrían agrupar de acuerdo con sus características?
- c. ¿Cuáles elementos de los triángulos construidos varían y cuáles no varían?

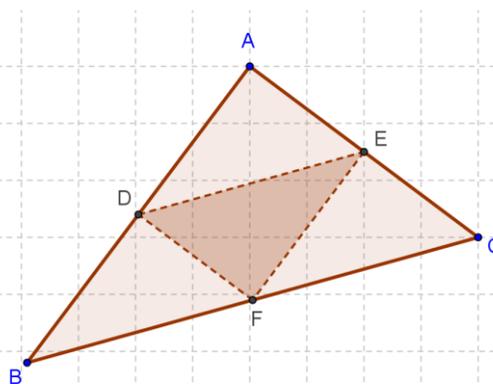
▲ Luego se introducen los conceptos de congruencia y semejanza.



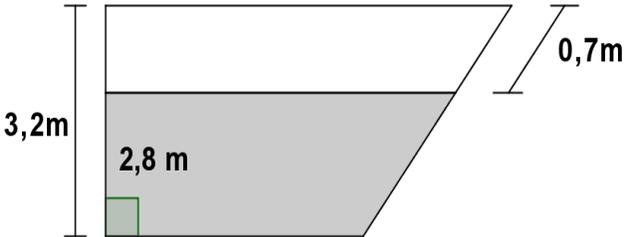
Cada estudiante debe utilizar los criterios de congruencia y semejanza para argumentar sus conclusiones con respecto a un par de triángulos.

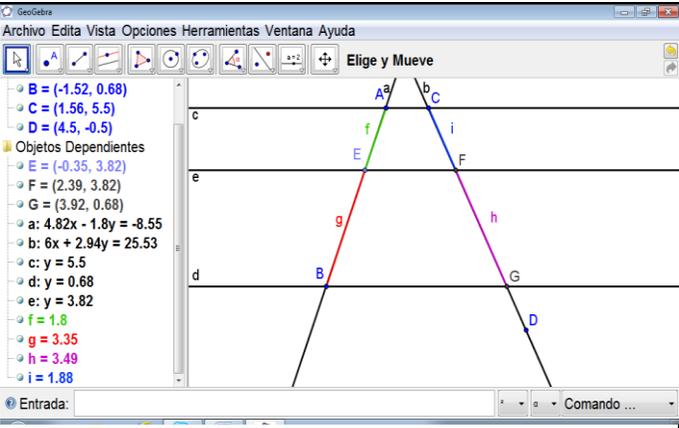
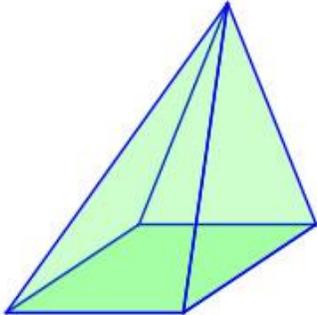


Si D, E y F son los puntos medios de los lados del triángulo ABC y AEFD es un rectángulo, encuentre un triángulo semejante al triángulo ABC y un triángulo congruente al triángulo DEF.



Existen varias alternativas correctas pero lo importante es la justificación que se realice para la solución. Es importante que se utilice vocabulario y simbología matemática en el proceso de argumentación, por ejemplo:

		<p>a. El $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ por criterio lado-ángulo-lado, ya que</p> $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = 2$ <p>y comparten el ángulo A que mide 90°.</p> <p>b. El $\Delta DEF \sim \Delta EDA$ por criterio lado-lado-lado, ya que $AD=EF$, $AE=DF$ por ser AEFD un rectángulo y comparten el segmento DE (diagonal del rectángulo).</p>  <p>Es conveniente utilizar un software de geometría dinámica o técnicas de doblado de papel (origami) para visualizar mejor estos conceptos.</p>
	<p>7. Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos.</p>	<p>▲ Para empezar se puede proponer el siguiente problema:</p>  <p>Una piscina tiene un máximo de 3,2 m de profundidad. El día de hoy se indica que hay apenas 2,8 m de altura del agua en la parte más profunda. Ana quiere entrar a la piscina pero no sabe nadar, así que no quiere llegar a la parte más profunda. Ella calcula que mide aproximadamente 1,5 m de los pies a los hombros. La zona para bajar poco a poco es la parte inclinada y ella baja hasta apenas tocar el agua con los pies y calcula que es aproximadamente de 0,7 m. ¿Cuánto más deberá bajar Ana para que el agua le llegue a los hombros?</p>  <p>Se debe realizar la etapa de clausura con el enunciado del teorema después de enfrentar el problema.</p>  <p>Este problema puede destacar la importante relación que existe entre <i>Geometría</i> y <i>Medidas</i>.</p>  <p>También, utilizando la tecnología, se puede presentar una actividad donde la o el estudiante compruebe, mediante la manipulación dinámica de las dos rectas transversales, las proporciones entre las longitudes de los segmentos que se forman entre dos o más rectas paralelas cortadas por estas transversales.</p>

		 <p>☺ Otro problema es aplicar los conceptos adquiridos para deducir el teorema de la paralela media, como un caso particular del teorema de Tales.</p>
<p>Visualización espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pirámide recta - Caras laterales - Base - Apotemas - Ápice (cúspide) - Altura • Sección plana • Prisma recto 	<p>8. Identificar la base, las caras laterales, la altura, las apotemas y el ápice o cúspide de una pirámide.</p> <p>9. Identificar las caras laterales, las bases y la altura de un prisma recto.</p> <p>10. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de una pirámide recta de base cuadrada, rectangular o triangular.</p> <p>11. Determinar qué figuras se obtienen mediante secciones planas de un prisma recto de base cuadrada, rectangular o triangular.</p>	<p>▲ Para introducir el tema se puede proponer un problema como el siguiente:</p> <p>☺ Una pirámide recta de base cuadrada de 4 cm de lado tiene una altura de 6 cm. Si se hace un corte con un plano paralelo, ¿se puede obtener un triángulo como sección plana?, ¿un rectángulo no cuadrado?, ¿qué figuras se pueden obtener?</p>  <p>La discusión de este problema permite sistematizar los conocimientos propuestos, así como relacionarlos con otros vistos anteriormente.</p>

9° año	
Conocimientos	Habilidades específicas
Triángulos <ul style="list-style-type: none"> • Hipotenusa • Catetos • Teorema de Pitágoras y su recíproco • Relaciones métricas en triángulos rectángulos • Triángulos rectángulos especiales 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aplicar el teorema de Pitágoras y su recíproco. 2. Aplicar la propiedad que dice que en un triángulo rectángulo la altura sobre la hipotenusa define dos triángulos rectángulos semejantes entre sí y semejantes al triángulo original. 3. Aplicar la propiedad que dice que la altura es media proporcional entre las medidas de los segmentos que esta determina sobre la hipotenusa. 4. Aplicar la propiedad de igualdad entre el producto de los catetos y el producto de la hipotenusa por la altura trazada sobre ella. 5. La medida de un cateto es media proporcional, entre la medida de la hipotenusa y la proyección de dicho cateto. 6. Aplicar las relaciones métricas en triángulos rectángulos con ángulos de 30°, 60° y 45°.
Trigonometría <ul style="list-style-type: none"> • Seno • Coseno • Tangente • Ángulo de elevación • Ángulo de depresión • Ley de senos • Ángulos complementarios • Ángulos especiales ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) 	<ol style="list-style-type: none"> 7. Determinar las medidas de lados y ángulos de un triángulo rectángulo, utilizando razones trigonométricas. 8. Determinar las medidas de lados y ángulos de un triángulo rectángulo, utilizando razones trigonométricas de ángulos complementarios. 9. Aplicar las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente, de un ángulo agudo, en la resolución de problemas en diferentes contextos. 10. Resolver problemas que involucren ángulos de elevación y depresión. 11. Resolver problemas que involucren la ley de senos.

Tercer ciclo, Relaciones y Álgebra

Observaciones

Para sétimo año

Conforme se menciona en las indicaciones puntuales, muchos conocimientos considerados en el sétimo año consisten en una recapitulación de aprendizajes desarrollados en la enseñanza primaria. Algunos de ellos no forman parte de los programas de estudio del 2005 para los dos primeros ciclos y por lo tanto fueron considerados aquí: variables, constantes, variable dependiente, variable independiente y las ecuaciones representadas algebraicamente.

Para octavo año

Algunos conocimientos fueron agregados en el programa de octavo año debido a que no forman parte del programa de estudios del 2005, pero que son parte de los nuevos programas a nivel de los dos primeros ciclos: variables, dependencia, independencia, representación de puntos en el plano de coordenadas cartesianas. Debido a esto hubo que quitar algunos contenidos que deberán ser cubiertos en noveno año en el 2014: función lineal y su relación con las ecuaciones lineales.

Para noveno año

Los objetivos y los contenidos corresponden al programa de estudio 2005 para el área de Relaciones y Álgebra. Todos ellos son básicos y lo importante es utilizar la nueva metodología. Los objetivos y contenidos fueron asimilados como conocimientos y habilidades específicas en los nuevos programas. No aparece la columna de indicaciones puntuales.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberá tener cada estudiante en *Relaciones y Álgebra* al finalizar este ciclo son:

- Establecer la ley de formación en sucesiones utilizando distintas representaciones.
- Analizar patrones numéricos y no numéricos.
- Identificar y utilizar distintas representaciones para relaciones de proporcionalidad.
- Efectuar operaciones con expresiones algebraicas.
- Utilizar distintas representaciones para las funciones lineales y cuadráticas.
- Utilizar las ecuaciones de primer y segundo grado para resolver problemas.
- Plantear problemas a partir de una situación dada.
- Identificar los modelos matemáticos que se adaptan mejor a una situación dada.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

7° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cantidades constantes • Cantidades variables • Dependencia • Independencia • Ecuaciones 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Distinguir entre cantidades variables y constantes. 2. Determinar relaciones de dependencia entre cantidades. 3. Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada. 	<p>▲ En los programas de estudio del 2005 aparece el concepto de relación en cuarto año, principalmente en el área de números en dónde se establecen relaciones entre unidades de magnitudes y relaciones de orden, sin utilizar los términos cantidades variables o constantes, variable dependiente, variable independiente.</p> <p>▲ Como ejemplo, en una situación de compra de un artículo establezca el precio como constante, el número de unidades compradas y la cantidad de dinero pagada como variables.</p> <p> El costo de $\frac{1}{2}$ kg de queso es de ₡1000, el de 1 kg ₡2000, el de $1\frac{1}{2}$ kg ₡3000. ¿Qué relación existe entre los kilogramos de queso y su costo?</p> <p>Nota: El kilogramo (símbolo kg) es la unidad básica de masa del Sistema Internacional de Unidades (SI), que equivale a la masa del prototipo de platino iridiado que se encuentra en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en París. En Costa Rica se acostumbra utilizar el kilogramo para peso, y así lo utilizaremos en este programa.</p> <p>Luego se puede apoyar el tema con algunas de las fórmulas de áreas de figuras geométricas, donde se identifica la cantidad variable y la constante, la variable dependiente y la independiente.</p> <p> Lo anterior se conecta con las áreas de <i>Geometría y Medidas</i>.</p> <p>▲ Para determinar una relación de dependencia entre cantidades, se puede plantear un problema donde cada estudiante deduzca que al duplicarse o triplicarse la <i>variable independiente</i>, la otra también se duplica o triplica. De forma análoga, para el caso en que la variable independiente se reduzca a la mitad o a la tercera parte, con la otra sucede lo mismo.</p> <p>▲ Otro ejemplo de dependencia: El perímetro de un cuadrado en función de la medida de su lado.</p> <p>▲ En general, utilice las fórmulas de áreas que son conocidas por el estudiantado, como relaciones entre variables.</p> <p>▲ En cuarto año, programas de estudio 2005, ya se resolvían ecuaciones sencillas (como valor faltante o desconocido en una suma o resta).</p>

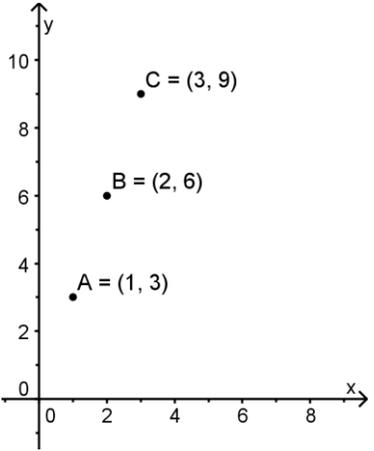
		<p>▲ Inicie el tema de ecuaciones con operaciones con cajitas y posteriormente ofrezca ejemplos con letras.</p> <p> Calcule el valor desconocido n en la expresión matemática $72 \times n = 8$.</p> <p>Se espera que cada estudiante asigne un valor a la variable (letra) utilizando operaciones inversas (sumas y restas o multiplicación y división).</p>												
<p>Sucesiones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ley de formación • Patrones 	<p>4. Identificar la ley de formación de una sucesión utilizando lenguaje verbal, tabular y algebraico.</p> <p>5. Plantear y resolver problemas relacionados con sucesiones y patrones.</p>	<p>▲ En el programa de estudio del 2005 para los dos primeros ciclos de estudios, se utilizó el nombre series para las sucesiones. Entre los objetivos planteados para este concepto se encuentran la búsqueda de patrones de series (sucesiones en el programa nuevo) numéricas sencillas, dibujos geométricos y otros, mientras que la recolección de datos en tablas de doble entrada fue vista en el área de Estadística. A partir del tercer año se construyeron sucesiones numéricas ascendentes o descendentes a partir de un criterio dado o bien identificando el criterio en una sucesión dada.</p> <p>Las representaciones verbales y tabulares son utilizadas, principalmente en Estadística, a partir del segundo año.</p> <p>▲ Estos conceptos se introducen aquí para promover una recapitulación de aprendizajes realizados en la educación primaria en relación con esta área matemática.</p> <p>▲ Proponer un problema contextualizado que repase todas las habilidades de sucesiones y representaciones estudiadas en los ciclos anteriores.</p> <p> Adriana recibe semanalmente 6500,00 colones para cubrir sus gastos de estudio. Ella decide ahorrar 1800,00 colones por semana, para formar un fondo de ahorro. Represente en forma tabular la cantidad total de dinero que ella gasta semanalmente, durante las 6 primeras semanas.</p> <p> Juan vende paquetes de prensas. La siguiente tabla contiene las ganancias generadas por la venta.</p> <table border="1" data-bbox="789 1514 1406 1640"> <tr> <td>Cantidad paquetes</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Ganancias en colones</td> <td>350</td> <td>600</td> <td>850</td> <td>1100</td> <td>1350</td> </tr> </table> <p>a. ¿Cuál es el precio de cada paquete de prensas?</p> <p>b. Determine la ganancia fija que desde un inicio muestra la información del cuadro anterior.</p> <p>c. ¿Cuánto dinero gana Juan por la venta de 321 paquetes de prensas?</p>	Cantidad paquetes	1	2	3	4	5	Ganancias en colones	350	600	850	1100	1350
Cantidad paquetes	1	2	3	4	5									
Ganancias en colones	350	600	850	1100	1350									

		<p>▲ Durante la etapa de clausura se presenta la noción de ley de formación utilizando representación numérica, algebraica y tabular.</p> <p> Si usted invierte inicialmente ₡20 000,00 en la cooperativa del Colegio y gana de interés compuesto anual de 10%, describa numéricamente, tabularmente y simbólicamente la sucesión que representa la cantidad de dinero anual que tendrá, si no hace retiros.</p> <p>a. Numéricamente: 20 000,00 22 000,00 24 200,00 26 620,00 29 282,00 32 210,20 ... (colones)</p> <p>b. Algebraicamente: La cantidad de colones $C(n)$ que tendré después de n años se modela por la expresión:</p> $C(n) = 20\,000 (1 + 0,1)^n$ <p>c. Tabularmente:</p> <table border="1" data-bbox="787 842 1408 936"> <tr> <td>Año</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>Cantidad (colones)</td> <td>20 000</td> <td>22 000</td> <td>24 200</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>Solicite al estudiantado proponer un problema con esta situación.</p> <p>Por ejemplo, ellos podrían proponer: ¿Cuántos colones tendré después de 5 años, 8 años, 10 años.</p> <p> Se recomienda el uso de calculadora para hacer los cálculos indicados en la representación algebraica.</p>	Año	0	1	2	...	Cantidad (colones)	20 000	22 000	24 200	...
Año	0	1	2	...								
Cantidad (colones)	20 000	22 000	24 200	...								
<p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Proporcionalidad inversa 	<p>6. Identificar relaciones de proporcionalidad inversa en diversos contextos reales.</p>	<p>▲ Las relaciones de proporcionalidad directa fueron estudiadas en el sexto año, de acuerdo a los programas de estudio 2005 para el segundo ciclo. En el programa mencionado no se considera el estudio de la proporcionalidad inversa en séptimo año.</p> <p>▲ Se recomienda plantear un problema para repasar el concepto de proporcionalidad directa.</p> <p> La fiesta de aniversario de Rita tiene un costo de ₡ 36 000,00 si ella invita a 6 personas. ¿Cuánto costará la fiesta si ella decide invitar a 15 personas? Suponga que la relación es directamente proporcional.</p> <p>▲ Se puede plantear un problema que involucre proporcionalidad inversa, particularmente relaciones que pueden ser expresadas en la forma</p> $y = \frac{k}{x}, \quad y = \frac{k}{x^2}$ <p>con k constante de proporcionalidad.</p>										

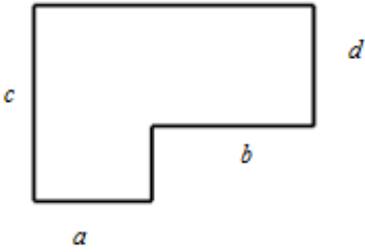
		<p>☺ Según la ley de gravitación universal propuesta por Newton, el efecto de la gravedad de la Tierra sobre un objeto (su peso) varía inversamente con el cuadrado de su distancia al centro del planeta. Suponga que el radio de la Tierra es 6400 km. Si el peso de un astronauta en la superficie de la Tierra es de 75 kg, ¿cuál será el peso de este astronauta a una altura de 1600 km sobre la superficie de la Tierra?</p> <p>La relación anterior es un <i>modelo</i> matemático que relaciona el peso de un objeto con su distancia al centro de la Tierra.</p>												
<p>Representaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Verbal • Tabular • Gráfica • Algebraica 	<p>7. Analizar relaciones de proporcionalidad directa e inversa de forma verbal, tabular, gráfica y algebraica.</p>	<p>☺ Solicite a cada estudiante representar algebraicamente las expresiones:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. La fuerza de atracción entre dos objetos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos. b. La intensidad luminosa es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del objeto a la fuente de luz. c. La energía cinética de un objeto es directamente proporcional a la masa del objeto y al cuadrado de su velocidad. <p>Las expresiones anteriores son modelos matemáticos de situaciones reales relacionadas con la Física.</p> <p>▲ Dada una relación matemática de proporcionalidad en forma verbal, representarla en forma algebraica o tabular.</p> <p>☺ C varía directamente con R e inversamente con el cuadrado de S. Si $C = 21$ cuando $R = 7$ y $S = 1,5$, complete la tabla que sigue:</p> <table border="1" data-bbox="907 1297 1286 1425"> <thead> <tr> <th>R</th> <th>S</th> <th>C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>120</td> <td></td> <td>22,5</td> </tr> <tr> <td>200</td> <td>12,5</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>15</td> <td>10,5</td> </tr> </tbody> </table> <p>▲ Dada una representación tabular, pasarla a algebraica y extraer conclusiones sobre cantidades que no están en la tabla.</p> <p>▲ Utilice fórmulas para determinar el área de superficies y el volumen de formas tridimensionales. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Área de un cuadrado de lado x: $A = x^2$ (el área A depende de la medida del lado x). Observe que el área es directamente proporcional al cuadrado de la medida del lado, con constante de proporcionalidad igual a 1. b. Volumen de un cubo de lado x: $V = x^3$. El volumen es directamente proporcional al cubo de la medida de su lado (arista) con constante de proporcionalidad 1. c. La longitud de una circunferencia de radio r: $C = 2\pi r$. 	R	S	C	120		22,5	200	12,5			15	10,5
R	S	C												
120		22,5												
200	12,5													
	15	10,5												

		<p>La constante de proporcionalidad es 2π. A este nivel se utiliza 3,14 como aproximación para π.</p> <p>Se pueden utilizar también áreas de rectángulos, trapecios y perímetros de figuras planas.</p> <p> Las expresiones anteriores conectan <i>Relaciones y Álgebra</i> con <i>Geometría</i> y son modelos matemáticos para calcular áreas o volúmenes de objetos geométricos.</p> <p>▲ A este nivel la representación gráfica de una relación de proporcionalidad inversa consistirá de puntos en el plano de coordenadas rectangulares pues no se han introducido todavía los números irracionales.</p> <p> Se recomienda el uso de software para la representación gráfica. La gráfica obtenida con el software aparecerá en forma continua en lugar de discreta.</p>
--	--	--

8° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cantidades constantes • Cantidades variables • Dependencia • Independencia • Ecuaciones 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Distinguir entre cantidades variables y constantes. 2. Determinar relaciones de dependencia entre cantidades. 3. Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada. 	<p>▲ En sétimo año, programas de estudio 2005, aparece la noción de ecuación y de incógnita (no el concepto). Por lo tanto es importante empezar con conceptos relacionados con incógnita y ecuación.</p> <p>▲ Como ejemplo, en una situación de compra de un artículo establezca el precio como constante, el número de unidades compradas y la cantidad de dinero pagada como variables.</p> <p> El costo de $\frac{1}{2}$ kg de queso es de ₡1000, el de 1 kg ₡2000, el de $1\frac{1}{2}$ kg ₡3000. ¿Qué relación existe entre los kilogramos de queso y su costo?</p> <p>Nota: El kilogramo (símbolo kg) es la unidad básica de masa del Sistema Internacional de Unidades (SI), que equivale a la masa del prototipo de platino iridiado que se encuentra en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en París. En Costa Rica se acostumbra utilizar el kilogramo para peso, y así lo utilizaremos en este programa.</p> <p>Luego se puede apoyar el tema con algunas de las fórmulas de áreas de figuras geométricas, donde se identifica la cantidad variable y la constante, la variable dependiente y la independiente.</p> <p> Lo anterior se conecta con las áreas de <i>Geometría y Medidas</i>.</p> <p>▲ Para determinar una relación de dependencia entre cantidades, se puede plantear un problema donde cada estudiante deduzca que al duplicarse o triplicarse la <i>variable independiente</i>, la otra también se duplica o triplica. De forma</p>

		<p>análoga, para el caso en que la variable independiente se reduzca a la mitad o a la tercera parte, con la otra sucede lo mismo.</p> <p>▲ Otro ejemplo de dependencia: El perímetro de un cuadrado en función de la medida de su lado.</p> <p>▲ En general, utilice las fórmulas de áreas que son conocidas por el estudiantado, como relaciones entre variables.</p> <p>▲ En cuarto año, programas de estudio 2005, ya se resolvían ecuaciones sencillas (como valor faltante o desconocido en una suma o resta).</p> <p>▲ Inicie el tema de ecuaciones con operaciones con cajitas y posteriormente ofrezca ejemplos con letras.</p> <p>☺ Calcule el valor desconocido n en la expresión matemática $72 \times n = 8$</p> <p>Se espera que cada estudiante asigne un valor a la variable (letra) utilizando operaciones inversas (sumas y restas o multiplicación y división).</p>
<p>Representaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Plano de coordenadas 	<p>4. Identificar y representar en un plano de coordenadas puntos que satisfacen una relación entre dos cantidades que varían simultáneamente.</p>	<p>▲ En los años anteriores se ha representado números racionales como puntos en la recta numérica. De igual forma, podemos representar pares de números racionales como puntos en el plano de coordenadas cartesianas, como por ejemplo los puntos $(1, -4)$, $(-5, 2)$, $(1/2, 5/2)$.</p> <p>▲ Presente pares ordenados con una ley de formación o patrón oculto que cada estudiante encuentra, conforme localiza los puntos en el plano.</p> <p>Por ejemplo:</p>  <p>▲ Se podría utilizar un geoplano en lugar de un plano de coordenadas.</p>

<p>Expresiones algebraicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de expresión algebraica • Valor numérico • Monomios • Monomios Semejantes • Operaciones con monomios • Factor numérico y factor literal • Polinomios • Operaciones con polinomios • Productos notables 	<p>5. Identificar una expresión algebraica.</p> <p>6. Utilizar leyes de potencias para la simplificación de expresiones algebraicas.</p> <p>7. Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.</p>	<p>▲ Repase las leyes de potencias para simplificar expresiones algebraicas y de variables. Se pueden implementar ejemplos numéricos para generalizar la idea con variables.</p> <table border="1" data-bbox="808 296 1390 493"> <thead> <tr> <th>Numérico</th> <th>Algebraico</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{5^7}{5^{11}} = \frac{1}{5^4}$</td> <td>$\frac{y^7}{y^{11}} = \frac{1}{y^4}$ si $y \neq 0$</td> </tr> <tr> <td>$(3^7)^4 = 3^{7 \cdot 4} = 3^{28}$</td> <td>$(x^7)^4 = x^{7 \cdot 4} = x^{28}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Cada estudiante debe tener claro que una <i>variable</i> es un símbolo o letra que se utiliza para representar a un número desconocido, y que una <i>expresión algebraica</i> es una colección de variables y constantes (números) que son combinados con operaciones de suma, resta, división, multiplicación y potenciación. Ejemplos:</p> $5x - 1, 3x - 5y^2, \frac{3 + x}{1 + 2x^3}$ <p>▲ Se pueden aprovechar las relaciones ya estudiadas para reforzar la noción de valor numérico de una expresión algebraica.</p> <p> El área A de un rectángulo de base b y altura h es modelada por ecuación $A = b \cdot h$. Calcule el valor de A cuando $b = 2,75$; $h = 1,39$.</p> <p>  La ley de Boyle establece que en un recipiente cerrado con temperatura constante la presión de un gas es inversamente proporcional a su volumen. El modelo es:</p> $P = \frac{k}{V}$ <p>siendo P la presión en atmósfera y V el volumen en litros, k la constante de proporcionalidad. Calcule la presión cuando</p> $V = 0,75 \text{ L}, k = 30 \text{ L} \cdot \text{atm.}$ <p>Nota: Una atmósfera es una unidad equivalente a la presión que ejerce la atmosfera a nivel del mar. Es una unidad de presión que no pertenece al Sistema Internacional de Unidades.</p> <p>Este modelo tiene conexión con Química y Física. Por ejemplo, se utiliza para medir la presión en los neumáticos de los vehículos o en un cilindro que contiene gas.</p>	Numérico	Algebraico	$\frac{5^7}{5^{11}} = \frac{1}{5^4}$	$\frac{y^7}{y^{11}} = \frac{1}{y^4}$ si $y \neq 0$	$(3^7)^4 = 3^{7 \cdot 4} = 3^{28}$	$(x^7)^4 = x^{7 \cdot 4} = x^{28}$
Numérico	Algebraico							
$\frac{5^7}{5^{11}} = \frac{1}{5^4}$	$\frac{y^7}{y^{11}} = \frac{1}{y^4}$ si $y \neq 0$							
$(3^7)^4 = 3^{7 \cdot 4} = 3^{28}$	$(x^7)^4 = x^{7 \cdot 4} = x^{28}$							
	<p>8. Reconocer monomios semejantes.</p> <p>9. Efectuar operaciones con monomios: suma, resta, multiplicación y división.</p>	<p>▲ Para reconocer los monomios semejantes es necesario identificar su coeficiente numérico y su factor literal.</p> <p>▲ Muestre que las operaciones estudiadas son una generalización de las propiedades conocidas para los números naturales.</p>						

	<p>10. Clasificar expresiones en monomios, binomios, trinomios y polinomios de más de tres términos.</p> <p>11. Sumar, restar y multiplicar polinomios.</p>	<p>☺ Un terreno tiene la forma de la siguiente figura, con las medidas de los lados indicadas. Calcule el área total del terreno.</p>  <p>▲ El ejemplo anterior se puede aprovechar para hablar de la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma.</p> <p>☺ El costo total de una pequeña empresa que produce lapiceros es la suma de los costos fijos y los costos variables. Suponga que cada lapicero le cuesta a la empresa ₡ 85,00, y que es vendido por ₡ 175,00. Si x es la cantidad de lapiceros producidos y vendidos, escriba la expresión que representa el costo total correspondiente, si los costos fijos de la empresa son de ₡ 2 500 000,00. Expresé los ingresos debidos a las ventas en términos de x, y calcule la ganancia de la empresa (ganancia = ingresos por ventas – costo total de producción).</p> <p>▲ En la etapa de clausura se formalizan las operaciones con polinomios.</p>
	<p>12. Utilizar productos notables para desarrollar expresiones algebraicas.</p>	<p>▲ Considere únicamente los tres primeros productos notables $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b)(a - b)$.</p> <p>Es importante evitar utilizar expresiones complicadas cuando se utilizan los productos notables. Utilice a lo sumo dos distintas operaciones de suma y/o resta dentro del paréntesis.</p> <p>Por ejemplo: $(2a + 3b - c^2)^2$</p> <p>La expresión dentro del paréntesis puede ser agrupada de distintas formas: $(2a + 3b) - c^2$; $(2a - c^2) + 3b$; $2a + (3b - c^2)$.</p> <p>☺ Calcule el área del cuadrado de lado $0,4a^3 + 5b^2$ centímetros, en términos de a, b.</p> <p>⚙️ Es relevante usar figuras geométricas para justificar los desarrollos, conforme se propone en las indicaciones metodológicas. Esto permite hacer conexión con <i>Geometría</i> y abre espacio para mencionar la historia del Álgebra.</p>
<p>Ecuaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Ecuaciones del primer grado con una incógnita - Solución 	<p>13. Identificar la diferencia entre una expresión algebraica y una ecuación.</p> <p>14. Comprobar si un número dado es solución de una ecuación.</p>	<p>▲ Se puede comenzar este tema proponiendo problemas en los que necesariamente una ecuación sea el medio por el cual se planteen y resuelvan.</p> <p>☺ El monte Everest (la montaña más alta del mundo) es 5028 metros más alto que el cerro Chirripó (el punto más alto de Costa Rica). Si la suma de sus alturas es 12 668 metros,</p>

<p>de una ecuación</p> <ul style="list-style-type: none"> - Raíz de una ecuación <p>• Ecuaciones literales</p>	<p>15. Reducir una ecuación a otra que es equivalente a ella.</p> <p>16. Plantear y resolver problemas en contextos reales, utilizando ecuaciones de primer grado con una incógnita.</p>	<p>plantee una ecuación que permita calcular la altura de cada uno de ellos.</p> <div data-bbox="862 268 1333 296" data-label="Text"> <p>Fuente: EFE 2012-03-03 Twitter Me gusta</p> </div>  <div data-bbox="862 613 1333 653" data-label="Text"> <p>Parque Nacional Chirripó, Archivo Periódico digital El País.cr: http://www.elpais.cr</p> </div> <p>▲ Para reducir una ecuación a otra forma equivalente utilice operaciones aritméticas. La habilidad implica el reconocimiento de que ambas ecuaciones tienen la misma solución.</p> <p>☺ La inflación es una situación económica en la cual se incrementa los precios de los bienes y servicios. Suponga que la gasolina aumenta la misma cantidad I de colones cada año. Si el costo de la gasolina en cierto año es C_0 entonces el costo C después de t años es dado por la siguiente representación algebraica:</p> $C = C_0 + It$ <p>Solicitar a cada estudiante que plantee un problema con esta situación. La ecuación anterior es un modelo de costos.</p> <p>Un posible problema sería: si la gasolina aumenta 15% cada año, ¿cuántos colones costará al final de 5 años?</p> <p>Otra posibilidad es: si la gasolina aumenta 15% cada año, ¿cuánto tiempo será necesario para que duplique de precio?</p> <p>☺ Una pintura muy famosa es la Gioconda del artista Leonardo da Vinci. Esta pintura se encuentra en el Museo de Louvre en París, Francia. El cuadro tiene forma rectangular y su altura es 24 centímetros más que su ancho. El perímetro del cuadro es de 260 centímetros. Calcule la altura y el ancho del cuadro.</p>  <p>Mona Lisa</p>
---	--	---

	<p>17. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.</p> <p>18. Resolver ecuaciones algebraicas fraccionarias que se reducen a ecuaciones del primer grado con una incógnita.</p> <p>19. Resolver ecuaciones literales para una de las letras.</p>	 <p>Este tipo de problema tiene conexión con la <i>Geometría</i> (razón áurea), el arte, la historia, y confirma la utilidad de las matemáticas en diversos ámbitos de la vida.</p> <p>▲ Las ecuaciones lineales a desarrollar deben ser de la forma que sigue, suponiendo que las expresiones están bien definidas:</p> $ax = c, ax + b = c, ax + b = cx + d$ $ax \pm (cx \pm b) = d; a(bx \pm c) = d(ex \pm f)$ $ax \pm (bx \pm c) = dx \pm (ex \pm f)$ $\frac{x}{c} \pm a = \frac{b}{d}; \frac{ax \pm b}{cx \pm d} = \frac{e}{f}$ $\frac{ax \pm b}{cx \pm d} = \frac{e}{f}$ <p>▲ Se recomienda implementar ejemplos donde se contemplen los casos en que la ecuación tenga solución vacía o que tenga infinitas soluciones.</p>
--	---	---

9° Año	
Conocimientos	Habilidades específicas
<p>Conjuntos numéricos</p> <ul style="list-style-type: none"> Intervalos 	<p>1. Representar intervalos utilizando notación por corchetes y por comprensión.</p>
<p>Inecuaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Inecuaciones lineales con una incógnita 	<p>2. Identificar si un número es solución de una inecuación lineal dada.</p> <p>3. Resolver inecuaciones lineales con una incógnita.</p> <p>4. Plantear y resolver problemas aplicando inecuaciones lineales con una incógnita.</p>
<p>Expresiones algebraicas</p> <ul style="list-style-type: none"> Polinomios Operaciones con polinomios 	<p>5. Dividir polinomios en una o dos variables con coeficientes enteros.</p> <p>6. Sumar, restar, multiplicar y dividir polinomios en operaciones combinadas.</p> <p>7. Factorizar polinomios en forma completa, utilizando factor común, productos notables, trinomio cuadrado perfecto.</p>

Tercer ciclo, Estadística y Probabilidad

Observaciones

Para sétimo año

En este nivel no hay estadística y probabilidad en el programa anterior; en el nuevo se introduce: análisis de cuadros, gráficas u otras representaciones, unidad estadística, variables, población, muestra, dato cuantitativo, cualitativo, experimentación e interrogación, tablas, moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido. La siguiente habilidad aparece en el programa nuevo pero no se considera en este programa de transición en este nivel: “determinar medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido, para caracterizar un grupo de datos”.

Para octavo año

En este nivel los siguientes conocimientos están en el programa nuevo pero no en el anterior: máximo, mínimo, recorrido, situaciones aleatorias y deterministas, espacio muestral, puntos muestrales, eventos simples, compuestos, seguros, probables e imposibles, cálculo de la probabilidad de un evento. Por motivos de nivelación, las siguientes habilidades se introducen en esta plan de transición en octavo año, aunque en el programa nuevo aparecen en sétimo:

- Identificar los conceptos: unidad estadística, características o variables, observaciones o datos, población y muestra, para problemas estadísticos vinculados con diferentes contextos.
- Identificar el tipo de dato cuantitativo o cualitativo correspondiente a una característica o variable.
- Identificar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos.

Para noveno año

En este nivel los siguientes conocimientos están en el programa nuevo pero no en el anterior: propiedades de las probabilidades, frecuencia relativa como una aproximación al concepto de probabilidad, en eventos en los cuales el espacio muestral es infinito o indeterminado. Sin embargo, en el plan de transición, en noveno año, se verá lo que aparece en el programa anterior. Los objetivos y contenidos se redactaron en términos de habilidades específicas y conocimientos; además, en esta área en particular, se agregó una columna con indicaciones puntuales como ayuda a las y los docentes. Las tres últimas habilidades generales que se listan a continuación corresponden a los temas de noveno año.

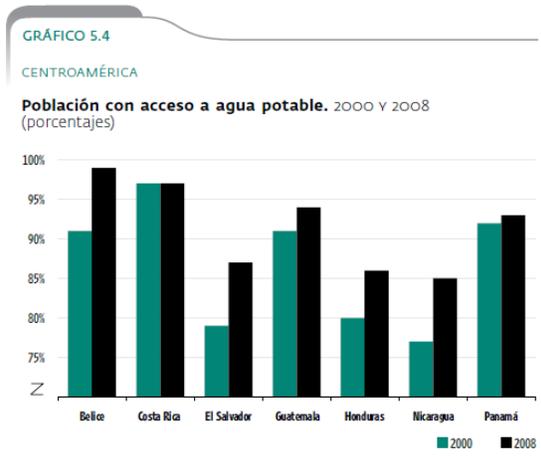
Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán tener las y los estudiantes en el área de *Estadística* al finalizar el este año son:

- Interpretar información que ha sido generada por medio de análisis estadísticos o probabilísticos provenientes de diversas fuentes.
- Utilizar técnicas simples para la recolección de datos que sean insumo para un análisis de información relacionado con problemas concretos.
- Utilizar diferentes estrategias para resumir grupos de datos en forma tabular, gráfica o con medidas estadísticas.
- Responder interrogantes que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos.
- Identificar eventos provenientes de situaciones aleatorias particulares y determinar probabilidades asociadas a ellos.
- Utilizar la definición laplaciana de probabilidad para deducir las propiedades de las probabilidades vinculadas con el tipo de evento: seguro, probable e imposible.
- Utilizar la definición frecuencial o empírica de probabilidad para resolver problemas vinculados con fenómenos aleatorios.
- Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en condición de incertidumbre.
- Valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la Estadística y la Probabilidad
- Construir tablas de frecuencias absolutas y frecuencias relativas, con variables continuas para una mejor comprensión de los aspectos sociales que nos rodean.
- Representar gráficamente la información tabulada en una tabla de frecuencias con variables continuas, en forma de histograma y de polígono de frecuencias.
- Determinar de la información que proporcionan las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos correspondientes a variables continuas.

Conceptos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

7° Año																																																								
Estadística																																																								
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales																																																						
La Estadística	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer la Estadística como una herramienta imprescindible para el análisis de datos dentro de diferentes contextos y áreas científicas. 2. Analizar el desarrollo histórico de la disciplina. 3. Analizar información estadística que ha sido representada en cuadros, gráficas u otras representaciones vinculadas con diversas áreas. 	<p>▲ Para favorecer estas habilidades, se debe motivar sobre la importancia de la <i>Estadística</i> en el desarrollo científico de otras disciplinas. Para ello se requiere proporcionar ejemplos de usos de la <i>Estadística</i> en áreas como: Biología, Medicina, Economía, Educación, entre otras. Para ello se puede recurrir a ejemplos de representaciones tabulares, gráficas o de otra naturaleza que evidencie estas aplicaciones. Seguidamente se muestran algunos ejemplos.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>CUADRO 2.1 CENTROAMÉRICA Extensión territorial, población y densidad de población. 2010</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Pais</th> <th>Extensión en km²</th> <th>Población</th> <th>Densidad de población</th> <th>Densidad ponderada^{a/}</th> <th>Razón de densidad^{b/}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Belize</td> <td>22.970</td> <td>313.000</td> <td>14</td> <td>14</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Costa Rica</td> <td>51.100</td> <td>4.563.539</td> <td>89</td> <td>173</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>El Salvador</td> <td>21.040</td> <td>6.183.002</td> <td>294</td> <td>969</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Guatemala</td> <td>108.900</td> <td>14.361.666</td> <td>132</td> <td>387</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Honduras</td> <td>112.100</td> <td>7.621.106</td> <td>68</td> <td>120</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Nicaragua</td> <td>130.000</td> <td>5.822.395</td> <td>45</td> <td>159</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Panamá</td> <td>75.520</td> <td>3.508.382</td> <td>46</td> <td>75</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Centroamérica</td> <td>521.630</td> <td>42.373.090</td> <td>81</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>a/ Densidad ponderada por la población: $\frac{\sum(Pob.(i)^2 \cdot Dens.(i))}{\sum(Pob.(i))}$, donde i se refiere a cada una de las divisiones administrativas. b/ Densidad de la división administrativa mayor sobre la densidad de las dos siguientes.</p> <p>Fuente: Estimaciones y proyecciones de población de cada país.</p> </div> <p>Tomado de: http://www.estadonacion.or.cr/images/stories/informes/region_004/cap02_de_mografico.pdf</p>	Pais	Extensión en km ²	Población	Densidad de población	Densidad ponderada ^{a/}	Razón de densidad ^{b/}	Belize	22.970	313.000	14	14	1	Costa Rica	51.100	4.563.539	89	173	1	El Salvador	21.040	6.183.002	294	969	3	Guatemala	108.900	14.361.666	132	387	1	Honduras	112.100	7.621.106	68	120	1	Nicaragua	130.000	5.822.395	45	159	1	Panamá	75.520	3.508.382	46	75	1	Centroamérica	521.630	42.373.090	81		
Pais	Extensión en km ²	Población	Densidad de población	Densidad ponderada ^{a/}	Razón de densidad ^{b/}																																																			
Belize	22.970	313.000	14	14	1																																																			
Costa Rica	51.100	4.563.539	89	173	1																																																			
El Salvador	21.040	6.183.002	294	969	3																																																			
Guatemala	108.900	14.361.666	132	387	1																																																			
Honduras	112.100	7.621.106	68	120	1																																																			
Nicaragua	130.000	5.822.395	45	159	1																																																			
Panamá	75.520	3.508.382	46	75	1																																																			
Centroamérica	521.630	42.373.090	81																																																					



Fuente: Cepal.

Tomado de:
http://www.estadonacion.or.cr/images/stories/informes/region_004/cap05_ambiental.pdf

▲ Se recomienda que los estudiantes realicen una adecuada lectura de estas representaciones, para ello se pueden realizar algunas preguntas relacionadas con su contenido.

▲ Para complementar lo anterior se puede plantear una situación como la siguiente:



En el documento sobre las personas con discapacidad en América Latina se incluye el siguiente párrafo:

La perspectiva de derechos humanos permite considerar a las personas con discapacidad como individuos que necesitan diferentes servicios para gozar de una situación que los habilite para desempeñarse como ciudadanos activos y participantes. Esto significa crecer dentro de una familia, asistir a la escuela con compañeros, trabajar y participar en la toma de decisiones sobre aquellas políticas y programas que más los afectan.

Además se incluye el siguiente cuadro (sin título):

País	Población	Prevalencia de la Discapacidad	Estimación de Personas con Discapacidad
Costa Rica	4,399,000.00	5.4	237,546.00
El Salvador	6,999,000.00	1.5	104,985.00
Guatemala	12,911,000.00	3.7	477,707.00
Honduras	7,362,000.00	2.7	198,774.00
Nicaragua	5,600,000.00	10.3	576,800.00
Panamá	3,288,000.00	11.3	37,154.00
Total	40,834,000.00		1,623,966.00

Fuente: Situación de salud en las Américas. Indicadores Básicos. 2006. OPS-OMS y División de Población de Naciones Unidas.

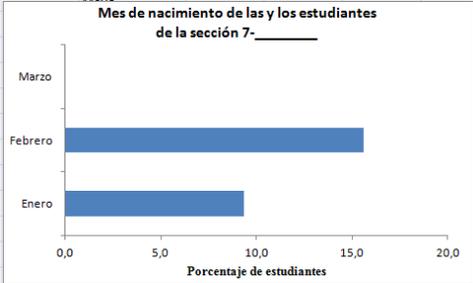
Tomado de:
<http://www.minsa.gob.ni/bns/discapacidad/docs/epidemiol/La%20discapacidad%20en%20Centro%20America.pdf>

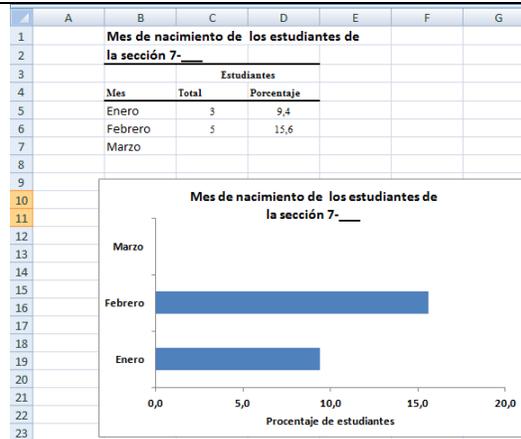


Comente la información del cuadro de acuerdo con lo que establece el tema *Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz*, que se incluye en los programas de estudio. Se necesita evidenciar que cerca del 5,4% de la población tiene algún tipo de discapacidad, por lo que se

		<p>requiere que el país ofrezca las condiciones adecuadas para que estas personas puedan incorporarse a la sociedad de manera efectiva.</p> <p> Las actividades anteriores posibilitan enfocar la acción docente hacia la importancia que tiene la Estadística como herramienta para el análisis de información de diferentes temáticas, lo que corresponde al proceso <i>Conectar</i>. Además estas representaciones gráficas también se asocian con <i>Geometría y Relaciones y Álgebra</i>.</p> <p> Para complementar este aspecto se podría hacer un pequeño recuento histórico sobre algunos conceptos, por ejemplo, podría analizarse de dónde proviene el término estadística:</p> <p>La palabra Estadística procede del vocablo “<i>Estado</i>”, pues era función principal de los Gobiernos de los Estados establecer registros de población, nacimientos, defunciones, impuestos, cosechas... La necesidad de poseer datos cifrados sobre la población y sus condiciones materiales de existencia han debido hacerse sentir desde que se establecieron sociedades humanas organizadas.</p> <p>Tomado de: http://www.estadisticaparatodos.es/historia/histo_esta.html</p>
<p>Conocimientos básicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidad estadística • Características • Datos u observaciones • Población • Muestra • Variabilidad de los datos • Variables cuantitativas y cualitativas <p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimentación • Interrogación 	<p>4. Identificar los conceptos: unidad estadística, características o variables, observaciones o datos, población y muestra, para problemas estadísticos vinculados con diferentes contextos.</p> <p>5. Identificar el tipo de dato cuantitativo o cualitativo correspondiente a una característica o variable.</p> <p>6. Identificar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos.</p> <p>7. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.</p>	<p>▲ En esta sección se busca definir los conceptos fundamentales dentro de los análisis estadísticos. Se recomienda plantear algunos problemas que permitan identificar esos conceptos. Por ejemplo:</p> <p> Se desea realizar dos investigaciones que pretenden:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Determinar el estado de salud de las y los estudiantes de los colegios de la comunidad, por lo que se debe identificar: sexo, edad, estatura, peso, presión arterial, tipo de sangre, condición de fumador, entre otros. b. Caracterizar las viviendas de la comunidad de acuerdo con: área de construcción (m²), área del lote (m²), tipo de material de construcción (block, madera, ladrillo, etc.), número de dormitorios, número de baños, color de pintura, entre otros. <p>De acuerdo con esta caracterización, responda las siguientes interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Cuál es el sujeto u objeto de estudio (unidad de estudio) en cada caso? b. ¿Qué características de cada uno de esos sujetos u objetos se van a analizar? c. ¿Cuáles de esas características proporcionan datos numéricos? d. ¿Cuáles de esas características proporcionan datos no numéricos? e. ¿Cuál es la importancia de los datos para atender cada problema? f. ¿Quiénes constituyen la totalidad de unidades de estudio para cada investigación?

		<p>g. ¿Es factible conseguir la información de todas estas unidades en poco tiempo?</p> <p>h. ¿Qué otra alternativa podría utilizarse para no consultar a todas las unidades de estudio?</p> <p>Se espera poder dar respuesta a estas interrogantes. Para complementar este trabajo, se debe realizar una actividad plenaria para sistematizar cada uno de los conceptos y definir los términos en cada caso. Además, plantear problemas de reproducción para ratificar el aprendizaje alcanzado.</p> <p>▲ Para valorar la importancia de la variabilidad dentro de los análisis estadísticos, se recomienda proponer un problema que ilustre el efecto que se produce cuando esté presente o ausente la variabilidad en un grupo de datos. Por ejemplo:</p> <p> Analice cada una de las siguientes situaciones y resuelva el problema que se genera en cada caso:</p> <p>a. Caracterizar a las y los estudiantes del grupo de acuerdo con la variable: número de miembros del hogar.</p> <p>b. Caracterizar a las y los estudiantes de acuerdo con la variable: color del pantalón o enagua que utiliza regularmente para asistir al colegio.</p> <p>▲ Primeramente, es importante enfatizar en la importancia de utilizar métodos adecuados para la recolección de datos, de modo que se cuente con información que permita argumentar las respuestas adecuadas a los interrogantes.</p> <p>▲ Es importante que los estudiantes, en forma individual o en subgrupos, realicen esta actividad. En cuanto a la primera interrogante deben consultar sobre el número de miembros del hogar de cada uno de los estudiantes. Se espera que generen un grupo de datos muy variables, pues típicamente existen tamaños de hogares muy variables. Debido a que deben realizar una caracterización de esos datos, pueden utilizar diferentes estrategias: hacer un cuadro donde escriben cada dato con la cantidad de repeticiones (o frecuencia), pueden construir un gráfico de barras donde se muestra la frecuencia de cada dato, pueden identificar algunas medidas como el valor que más se repite, el mínimo o el máximo, incluso podrían utilizar el tamaño promedio de las familias, entre otras. Independiente de la estrategia empleada, esta caracterización debería implicar un detallado análisis.</p> <p>▲ Al abordar el segundo problema, debido a que las instituciones educativas están obligadas a emplear uniforme, hay solamente un color que utilizan los estudiantes, por lo que, para llevar a cabo este ejercicio, no hace falta cuestionar a los compañeros pues por observación se determina que todos los datos son iguales, es decir no hay variabilidad, lo que implica que no se requieran de técnicas complejas para realizar el análisis, basta con la observación para indicar cuál es ese dato.</p>
--	--	--

		 <p>Con esta u otras actividades similares se pretende evidenciar la importancia que tiene el concepto de variabilidad dentro de los análisis estadísticos. El estudiante debe comprender que las diferentes técnicas de la disciplina tienen como propósito llevar a cabo una caracterización de la variabilidad de los datos para cualquier situación.</p>															
<p>Frecuencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Absoluta • porcentual <p>Representación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabular: cuadros de frecuencia absoluta y porcentual 	<p>8. Utilizar representaciones tabulares para resumir un conjunto de datos.</p>	<p>▲ Los siguientes problemas pueden ser abordados para potenciar estas habilidades:</p> <p> ¿Cuáles son los meses en los que se presenta el mayor y menor número de cumpleaños en el grupo?</p> <p>Para resolver este problema se requiere identificar el mes en que cumple años cada estudiante, esta información puede ser recabada por interrogación y resumida por medio de un cuadro o una gráfica del tipo:</p> <p style="text-align: center;">Mes de nacimiento de las y los estudiantes de la sección 7-_____</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="3" style="text-align: center;">Estudiantes</th> </tr> <tr> <th style="text-align: left;">Mes</th> <th style="text-align: center;">Total</th> <th style="text-align: center;">Porcentaje</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Enero</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">9,4</td> </tr> <tr> <td>Febrero</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">15,6</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">⋮</td> <td style="text-align: center;">⋮</td> <td style="text-align: center;">⋮</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center;">  <p>Mes de nacimiento de las y los estudiantes de la sección 7-_____</p> <p>0,0 5,0 10,0 15,0 20,0</p> <p style="text-align: center;">Porcentaje de estudiantes</p> </div> <p>Se debe utilizar solamente una de estas representaciones, pues suministran la misma información.</p> <p> Para problemas de este tipo, se puede recurrir al empleo de la tecnología digital para facilitar la representación gráfica tal como se muestra.</p>	Estudiantes			Mes	Total	Porcentaje	Enero	3	9,4	Febrero	5	15,6	⋮	⋮	⋮
Estudiantes																	
Mes	Total	Porcentaje															
Enero	3	9,4															
Febrero	5	15,6															
⋮	⋮	⋮															



▲ En el empleo de la frecuencia absoluta, las y los estudiantes deben valorar los problemas de realizar comparaciones entre grupos. Un ejemplo de esto se muestra a continuación:



Suponga que se realizó una encuesta para determinar el nivel de agrado de las y los estudiantes de un grupo de séptimo año, respecto al consumo de ensaladas y vegetales. La información se resume en el siguiente cuadro.

Nivel de agrado por el consumo de ensaladas y verduras las y los estudiantes de un grupo

Agrado	Hombres	Mujeres	Total
Mucho	5	7	12
Regular	4	5	9
Poco	2	3	5
Nada	1	3	4
Total	12	18	30

Desde un punto de vista comparativo, si se considera como adecuado un consumo: Mucho o regular ¿a qué sexo le agrada más consumir ensaladas y vegetales?

▲ El estudiante debe evidenciar que, aunque la mujeres tienen mayor frecuencia absoluta en un agrado mucho y regular (12 contra 9 de los hombres), en términos relativos los hombres tienen una mayor predilección por el consumo de estos productos.



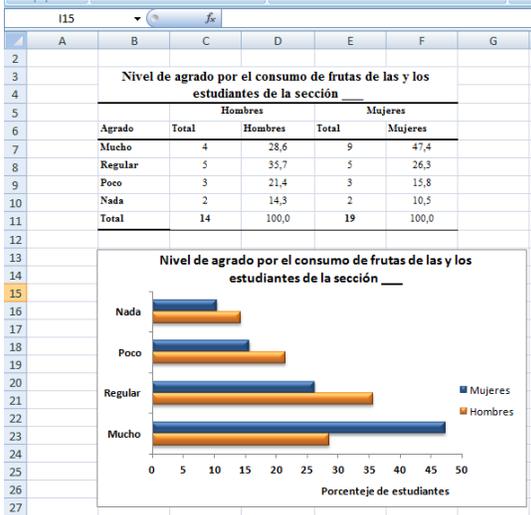
Observe que con este tipo de actividades se promueven los procesos *Representar*, *Comunicar* y *Razonar* y *argumentar*.

8° Año		
Estadística		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Conocimientos básicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidad estadística • Características • Datos u observaciones • Población • Muestra • Variabilidad de los datos • Variables cuantitativas y cualitativas <p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimentación • Interrogación 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar los conceptos: unidad estadística, características o variables, observaciones o datos, población y muestra, para problemas estadísticos vinculados con diferentes contextos. 2. Identificar el tipo de dato cuantitativo o cualitativo correspondiente a una característica o variable. 3. Identificar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos. 4. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación. 	<p>▲ En esta sección se busca definir los conceptos fundamentales dentro de los análisis estadísticos. Se recomienda plantear algunos problemas que permitan identificar esos conceptos. Por ejemplo:</p> <p> Se desea realizar una investigación que pretenda:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Determinar la situación económica de los hogares de las y los estudiantes del colegio, para ello se requiere caracterizar a cada uno ellos de acuerdo con la siguiente información: condición de la vivienda (propia, alquilada, prestada), estado de la vivienda (bueno, regular, malo), ingreso mensual total, número de personas que laboran, entre otros. <p>De acuerdo con esta caracterización, responda las siguientes interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Cuál es el sujeto u objeto de estudio (unidad de estudio) en cada caso? b. ¿Qué características de cada uno de esos sujetos u objetos se van a analizar? c. ¿Cuáles de esas características proporcionan datos numéricos? d. ¿Cuáles de esas características proporcionan datos no numéricos? e. ¿Cuál es la importancia de los datos para atender cada problema? f. ¿Quiénes constituyen la totalidad de unidades de estudio para cada investigación? g. ¿Es factible conseguir la información de todas estas unidades en poco tiempo? h. ¿Qué otra alternativa podría utilizarse para no consultar a todas las unidades de estudio? <p>Se espera poder dar respuesta a estas interrogantes. Para complementar este trabajo, se debe realizar una actividad plenaria para sistematizar cada uno de los conceptos y definir los términos en cada caso. Además, plantear problemas de reproducción para ratificar el aprendizaje alcanzado.</p> <p>▲ Para valorar la importancia de la variabilidad dentro de los análisis estadísticos, se recomienda proponer un problema que ilustre el efecto que se produce cuando esté presente o ausente la variabilidad en un grupo de datos. Por ejemplo:</p> <p> Analice cada una de las siguientes situaciones y resuelva el problema que se genera en cada caso:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Caracterizar a las y los estudiantes del grupo de acuerdo con la variable: número de hermanos o hermanas que cursan estudios. b. Caracterizar a las y los estudiantes de acuerdo con la variable: color de los zapatos que utiliza regularmente para asistir al colegio.

		<p>▲ Primeramente, es importante enfatizar en la importancia de utilizar métodos adecuados para la recolección de datos, de modo que se cuente con información que permita argumentar las respuestas adecuadas a los interrogantes.</p> <p>▲ Es importante que los estudiantes, en forma individual o en subgrupos, realicen esta actividad. En cuanto a la primera interrogante deben consultar sobre el número de hermanos que estudian. Se espera que generen un grupo de datos muy variables, pues típicamente existe variación en el número de hermanos. Debido a que deben realizar una caracterización de esos datos, pueden utilizar diferentes estrategias: hacer un cuadro donde escriben cada dato con la cantidad de repeticiones (o frecuencia), pueden construir un gráfico de barras donde se muestra la frecuencia de cada dato, pueden identificar algunas medidas como el valor que más se repite, el mínimo o el máximo, incluso podrían utilizar el número promedio por estudiante de hermanos que estudian. Independiente de la estrategia empleada, esta caracterización debería implicar un detallado análisis.</p> <p>▲ Al abordar el segundo problema, debido a que las instituciones educativas están obligadas a emplear uniforme, hay solamente un color de zapatos que utilizan los estudiantes, por lo que, para llevar a cabo este ejercicio, no hace falta cuestionar a los compañeros pues por observación se determina que todos los datos son iguales, es decir no hay variabilidad, lo que implica que no se requieran de técnicas complejas para realizar el análisis, basta con la observación para indicar cuál es ese dato.</p> <p> Con esta u otras actividades similares se pretende evidenciar la importancia que tiene el concepto de variabilidad dentro de los análisis estadísticos. El estudiante debe comprender que las diferentes técnicas de la disciplina tienen como propósito llevar a cabo una caracterización de la variabilidad de los datos para cualquier situación.</p>
<p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • La observación • La experimentación • Interrogación <p>Frecuencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Absoluta • Porcentual 	<p>5. Recolectar datos del entorno por medio de observación, experimentación o interrogación.</p> <p>6. Utilizar representaciones tabulares o gráficas con frecuencias absolutas o porcentuales, simples o comparativas.</p> <p>7. Utilizar un software especializado o una hoja de cálculo para favorecer la construcción de cuadros y gráficos.</p>	<p>▲ Se recomienda iniciar con el planteamiento de problemas similares a los siguientes:</p> <p> Identificar si existen diferencias en las estaturas entre hombres y mujeres dentro del grupo.</p> <p> ¿Cuál es el nivel de agrado que tienen las y los estudiantes por las frutas (mucho, regular, poco, nada)? ¿Hay diferencias por sexo?</p> <p>▲ Para resolver el primer problema, hay que observar que la característica de interés es la estatura, por lo que se requiere realizar las mediciones. Para ello se puede utilizar una cinta métrica y una escuadra, tal como se muestra.</p>

<p>Representación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabular: cuadros de frecuencia absoluta y porcentual • Gráfica: barras, circulares, lineales y diagramas de puntos <p>Medidas de posición</p> <ul style="list-style-type: none"> • Moda • Media aritmética • Mínimo • Máximo 	<p>8. Caracterizar un grupo de datos utilizando medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, mínimo y máximo.</p>	<div style="text-align: center;">  <p>Imagen izquierda con derechos adquiridos por el MEP</p> </div> <p>Los datos obtenidos deberán ser divididos en dos grupos según el sexo y luego resumidos. Por la gran variabilidad no es adecuado utilizar un cuadro de frecuencias simple, sino más bien es necesario orientar hacia la construcción de diagramas de puntos.</p> <p>▲ Al analizar la información que se resume en estos diagramas se puede observar el patrón de variación de los datos, su posición en el eje y hacer una comparación entre ambos grupos.</p> <p>▲ Además, mediante este problema se puede potenciar hacia el empleo de medidas de posición para resumir los datos, entre ellas la media aritmética, el mínimo y el máximo. Se requiere prestar especial atención a la interpretación de cada una de las medidas.</p> <p>▲ Para el segundo problema, la unidad estadística también está construida por cada estudiante y la característica de interés es el agrado por las frutas, que se categoriza en cuatro valores: mucho, regular, poco o nada. Los datos pueden ser recolectados por medio de la interrogación o un cuestionario pequeño. Con ello se tendrá información para todo el grupo. Para describir los datos recabados se pueden emplear cuadros de frecuencia o gráficos de barras. Pero para hacer una comparación por sexo se hace necesario hacer una valoración porcentual y compare relativamente los valores de cada categoría tal como se muestra en el ejemplo.</p> <p style="text-align: center;">Nivel de agrado por el consumo de frutas de las y los estudiantes de la sección ____</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Agrado</th> <th colspan="2">Hombres</th> <th colspan="2">Mujeres</th> </tr> <tr> <th>Total</th> <th>%</th> <th>Total</th> <th>%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Mucho</td> <td>4</td> <td>28,6</td> <td>9</td> <td>47,4</td> </tr> <tr> <td>Regular</td> <td>5</td> <td>35,7</td> <td>5</td> <td>26,3</td> </tr> <tr> <td>Poco</td> <td>3</td> <td>21,4</td> <td>3</td> <td>15,8</td> </tr> <tr> <td>Nada</td> <td>2</td> <td>14,3</td> <td>2</td> <td>10,5</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>14</td> <td>100,0</td> <td>19</td> <td>100,0</td> </tr> </tbody> </table>	Agrado	Hombres		Mujeres		Total	%	Total	%	Mucho	4	28,6	9	47,4	Regular	5	35,7	5	26,3	Poco	3	21,4	3	15,8	Nada	2	14,3	2	10,5	Total	14	100,0	19	100,0
Agrado	Hombres			Mujeres																																
	Total	%	Total	%																																
Mucho	4	28,6	9	47,4																																
Regular	5	35,7	5	26,3																																
Poco	3	21,4	3	15,8																																
Nada	2	14,3	2	10,5																																
Total	14	100,0	19	100,0																																

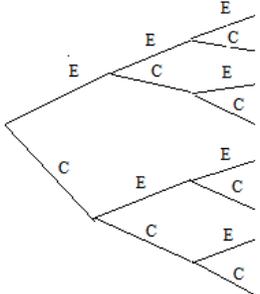

 Para los dos problemas anteriores el uso de la tecnología digital se convierte una herramienta que ayuda no solamente con el cálculo sino también con la presentación de la información. Por ejemplo, para determinar la media aritmética o los porcentajes se puede recurrir al uso de la calculadora. Pero para la elaboración de cuadros y gráficos el uso de la computadora puede ser de mucho valor práctico, tal como se muestra.

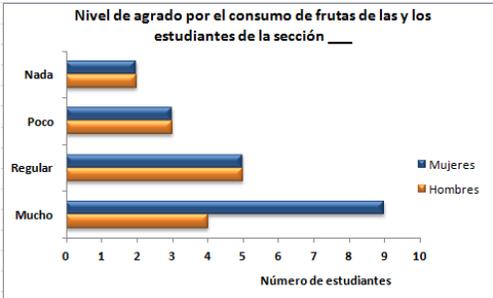


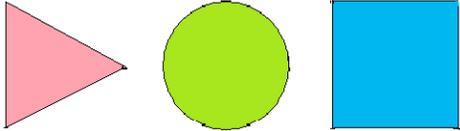
▲ Se debe hacer notar que para este tipo de problemas en los que se desean comparar las frecuencias de dos grupos, es necesario hacer una comparación porcentual, debido a que normalmente, las frecuencias simples no son comparables debido a que el total de datos es diferente en cada grupo. En el caso anterior solamente había 14 hombres contra 19 mujeres.


 Observe que con este tipo de actividades se promueven varios procesos. En primer lugar, el uso de representaciones tabulares, gráficas o mediante datos concretos, la comunicación de ideas mediante el análisis de la información y la argumentación al momento de ofrecer una respuesta a un problema en función del comportamiento de los datos recolectados.

8 ^{avo} Año		
Probabilidad		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
El azar <ul style="list-style-type: none"> • Aleatoriedad • Determinismo 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar la presencia del azar en situaciones aleatorias. 2. Identificar diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas. 	<p>▲ Para iniciar la discusión sobre el rol del azar, conviene utilizar alguna técnica que permita identificar las ideas o creencias del grupo. Por ejemplo, se podría generar una lluvia de ideas para cumplir este propósito. Estas creencias deben servir como punto de referencia para los análisis siguientes.</p> <p>▲ Seguidamente conviene plantear interrogantes para identificar fenómenos aleatorios y deterministas dentro del contexto estudiantil. Se deben identificar las diferencias entre ellos y plantear otros ejemplos. Se puede diseñar una actividad</p>

		<p>en la que se plantean dos juegos o situaciones: una determinista y una aleatoria que se repiten reiteradamente con el propósito de identificar el determinismo o la aleatoriedad según corresponda. Por ejemplo:</p> <p>😊 Discuta junto con sus compañeros cuáles de las siguientes opciones representan situaciones deterministas y cuáles representan situaciones aleatorias, argumente las razones por la que clasifica cada situación.</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Qué día de la semana será pasado mañana? El próximo bebé que nazca en el Hospital de la Mujer será un varón. Identificar el lugar exacto donde caerá una piedra al lanzarla fuertemente hacia arriba. Sacar una bola negra de una caja que contiene cinco bolas negras. En el próximo año lloverá menos en la primera semana de agosto que en el presente año. Determinar el ganador en el juego “Zapatito cochinito cambia de piecito”. <p>🦉 Esto se puede complementar con algunas situaciones históricas.</p>
<p>Espacio muestral</p> <ul style="list-style-type: none"> Espacio muestral, puntos muestrales y su representación 	<p>3. Identificar el espacio muestral y sus puntos muestrales como resultados simples en una situación o experimento aleatorio y representarlos por medio de la enumeración de sus elementos o de diagramas.</p>	<p>▲ Proponer situaciones aleatorias para que sean analizadas en función de las habilidades que se desean desarrollar. Por ejemplo:</p> <p>😊 Considere un juego en el que se lanza una moneda tres veces. Determine todos los posibles resultados del experimento. Para identificar cada resultado puede emplear terna de datos, por ejemplo, ECC significa que se obtuvo escudo en el primer lanzamiento y corona en los otros dos.</p> <p>▲ Se debe caracterizar cada terna como un elemento individual o resultado simple que se le llama <i>punto muestral</i> y la reunión de todos los resultados o puntos muestrales con el nombre de <i>espacio muestral</i>. Los espacios muestrales de experimentos que tienen un número pequeño de resultados se pueden representar entre llaves { } o mediante diagramas de otro tipo. Por ejemplo:</p> <p>{EEE, EEC, ECE, ECC, CEE, CEC, CCE, CCC}</p> 

<p>Eventos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resultados favorables a un evento • Eventos simples y compuestos • Evento seguro, evento probable, evento imposible 	<p>4. Determinar eventos y sus resultados a favor dentro de una situación aleatoria.</p> <p>5. Clasificar eventos en simples o compuestos.</p> <p>6. Identificar eventos seguros, probables e imposibles en una situación aleatoria determinada.</p>	<p>☺ Las agrupaciones de puntos muestrales en un determinado espacio muestral se llaman <i>eventos</i> o <i>sucesos</i>. Considere nuevamente el juego en el que se lanza una moneda tres veces.</p> <p>a. Determine los resultados simples o puntos muestrales a favor de cada uno de los siguientes eventos:</p> <p>A: Obtener al menos un escudo (un escudo o más). B: Obtener tres coronas. C: Obtener menos de dos coronas.</p> <p>b. Identifique los puntos muestrales que incluye cada uno de los siguientes eventos:</p> <p>D: Obtener más de tres escudos. E: Obtener tres o menos coronas.</p> <p>c. De acuerdo con las posibilidades de ocurrencia de los eventos A, B, C, D y E anteriores, determine:</p> <p>i. ¿Cuál o cuáles se pueden considerar como situaciones deterministas o seguras? ii. ¿Cuál o cuáles se pueden considerar imposibles?</p> <p>▲ Se requiere precisar los conceptos de evento seguro, probable o imposible de acuerdo con las posibilidades de ocurrencia al realizar un experimento. Además, que se pueda diferenciar entre un evento simple para el cual solamente incluye un punto muestral y un evento compuesto que incluye dos o más puntos muestrales.</p>															
<p>Probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Eventos más probables, menos probables e igualmente probables • Definición clásica (o laplaciana) 	<p>7. Diferenciar entre eventos más probables, menos probables e igualmente probables, de acuerdo con los puntos muestrales a favor de cada evento.</p> <p>8. Determinar la probabilidad de un evento como la razón entre el número de resultados favorables entre el número total de resultados.</p> <p>9. Valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la teoría de probabilidad.</p>	<p>▲ Para el análisis del concepto de probabilidad se recomienda plantear un problema que permita valorar las percepciones o creencias que se traen. Así se pueden nivelar los conocimientos básicos del grupo.</p> <p>☺ Suponga que se consulta a los estudiantes de un grupo de octavo año sobre el agrado que les proporciona el consumo de frutas, los resultados absolutos se presentan en el siguiente gráfico:</p>  <table border="1"> <caption>Nivel de agrado por el consumo de frutas de las y los estudiantes de la sección</caption> <thead> <tr> <th>Nivel de agrado</th> <th>Mujeres</th> <th>Hombres</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Nada</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Poco</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Regular</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Mucho</td> <td>9</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> <p>Si se selecciona aleatoriamente un estudiante de este grupo, responda las siguientes interrogantes:</p> <p>a. ¿Será igualmente probable que dicho estudiante sea hombre o que sea mujer? b. ¿Serán igualmente probables los eventos de que a una estudiante mujer y un estudiante hombre tengan</p>	Nivel de agrado	Mujeres	Hombres	Nada	2	2	Poco	3	3	Regular	5	5	Mucho	9	4
Nivel de agrado	Mujeres	Hombres															
Nada	2	2															
Poco	3	3															
Regular	5	5															
Mucho	9	4															

		<p>mucho agrado por consumo de frutas?</p> <p>c. ¿Serán igualmente probables los eventos de que a una estudiante mujer y un estudiante hombre tengan un regular agrado por consumo de frutas?</p> <p>▲ Se requiere orientar hacia el hecho que debido a que el gráfico presenta frecuencias absolutas, y el número de hombres es diferente del número de mujeres, se requiere prestar especial atención al número de casos a favor de cada evento; pero en relación con el número de total de estudiantes de cada sexo. Este razonamiento cobra especial atención al analizar el ítem c., pues aunque hay 5 hombres y 5 mujeres que tienen un agrado regular, estas cifras no son comparables pues hay más mujeres que hombres, por lo que es más probable que a un hombre tenga un regular agrado por el consumo de frutas.</p> <p>😊 Un juego trata de hacer caer una piedra sobre una figura geométrica desde una distancia de 5 metros. Las figuras geométricas son: un círculo de diámetro 20 cm, un cuadrado de 20 cm de lado y un triángulo equilátero de 20 cm de lado. Si la piedra puede caer aleatoriamente en cualquier lugar, ¿en cuál figura tiene más probabilidad de que caiga la piedra?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>⚙️ Este problema permite conectar los conceptos de Probabilidad con el cálculo de áreas en <i>Geometría</i>. Se puede identificar que es más probable la figura que tiene mayor área.</p> <p>▲ Conviene realizar un análisis sobre las ideas del grupo alrededor de los términos más probable o menos probable. Es importante que se vinculen estos términos con la frecuencia de puntos muestrales a favor de los eventos. Esto permite sentar las bases para repasar el concepto clásico de probabilidad. El siguiente ejemplo es muy ilustrativo, para continuar con la discusión dada:</p> <p>😊 Al lanzar dos dados Cindy y Karla realizan el siguiente juego: Cindy gana si la suma de los puntos es 2, 3, 4, 5, 10, 11 y 12, mientras que Karla gana si la suma de los puntos es 6, 7, 8 o 9. Karla reclama que al tocarle menos números Cindy va a ganar el mayor número de veces; no obstante, proceden a jugar. Después de jugar 20 veces, Cindy únicamente ha ganado en 7 oportunidades. De acuerdo con lo anterior, responda las siguientes interrogantes.</p> <p>a. Para un juego particular, es decir un lanzamiento de los dados, ¿cuántos puntos tiene el espacio muestral? Se considera punto muestral un resultado simple al lanzar los dados, por ejemplo (3,5) significa que en el primer dado se obtuvo un tres y en el segundo un</p>
--	--	---

		<p>cinco.</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Serán los puntos muestrales igualmente probables? ¿O existe duda de que unos resultados son más probables que otros? ¿Cuántos puntos muestrales están a favor del evento A: Cindy gana el juego y del evento B: Karla gana el juego? Determine la proporción de resultados a favor del evento A (es decir la razón entre el número de resultados a favor de A entre el total de resultados) y la proporción de resultados a favor de B. Con base en estos valores indique quién tiene más probabilidad de ganar, Cindy o Karla. ¿A qué conclusiones se llega respecto a la inquietud planteada por Karla, sobre que Cindy tiene más probabilidad de ganar el juego porque se le asignaron más números? <p>▲  Se requiere realizar un debate donde se discutan los resultados obtenidos, en función de los argumentos empleados para justificar las respuestas. Además aprovechar las situaciones para precisar el concepto de probabilidad de un evento como la proporción de casos a favor del evento o sea la razón de puntos muestrales a favor del evento entre el total de puntos muestrales. Es importante hacer la indicación que para poder utilizar esta definición se debe cumplir que los resultados (del experimento) o puntos muestrales deben ser igualmente probables.</p> <p> Para valorar la importancia de la historia en el desarrollo de la probabilidad, se puede mencionar el rol de Laplace en la definición clásica del concepto de probabilidad.</p>
<p>Reglas básicas de probabilidad</p> <ul style="list-style-type: none"> La probabilidad de cualquier evento es un valor numérico entre 0 y 1 La probabilidad de un evento seguro es 1 y de un evento imposible es 0 	<ol style="list-style-type: none"> Deducir las propiedades de las probabilidades que están vinculadas con valores que puede tomar la probabilidad para evento seguro, probable e imposible. Plantear y resolver problemas vinculados con el cálculo de probabilidades. Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en problemas vinculados con fenómenos aleatorios. 	<p>▲ A partir de la definición laplaciana o clásica de probabilidad, y de los conceptos de evento probable, imposible y seguro, es conveniente que la acción estudiantil esté dirigida hacia la deducción de algunas de las propiedades básicas que cumplen las probabilidades. Un problema que puede orientar el análisis es el siguiente:</p> <p> Considere el juego en el que se lanzan dos dados numerados de uno a seis. Se considera la diferencia absoluta entre los resultados de los dados. Determine:</p> <ol style="list-style-type: none"> El número de puntos muestrales vinculados con el evento A: obtener un número menor de seis. El número de puntos muestrales vinculados con el evento B: el resultado es cero. El número de puntos muestrales a favor del evento C: obtener un seis. ¿Cuál de los posibles resultados de la diferencia absoluta de puntos es el más probable? <p>Con base en los resultados de este ejercicio responda:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuál es la probabilidad de ocurrencia de los eventos

		<p>A, B o C citados anteriormente?</p> <p>b. En general, ¿cuál es la probabilidad de un evento seguro?</p> <p>c. En general, ¿cuál es la probabilidad de un evento imposible?</p> <p>d. Para un evento que resulta probable, ¿en qué rango numérico se puede decir que se encuentra su valor probabilístico?</p> <p>▲ A partir de las respuestas se deben sistematizar las propiedades básicas, es decir que la probabilidad de un evento es un valor entre cero y uno, la probabilidad del evento imposible es cero y del evento seguro es uno.</p> <p>▲ Se requiere dirigir la acción estudiantil hacia el planteo de problemas vinculados con el cálculo de probabilidades, para ello la acción docente debe motivar el planteamiento de situaciones genéricas como la lotería nacional, los juegos de dados, el Tico-Bingo, entre otros. Pero además, proponer problemas del contexto donde el análisis de probabilidades permita la toma de decisiones. Por ejemplo:</p> <p>😊 Se desea determinar cuál de tres candidatos tiene más probabilidad de salir ganador en las elecciones estudiantiles del colegio. Se realiza una encuesta una semana antes de realizar las elecciones para conocer la intención del voto, para ello se seleccionó una muestra de 10 estudiantes por nivel. Los resultados se presentan en el siguiente cuadro:</p> <p style="text-align: center;">Intención de voto para las elecciones estudiantiles de una muestra de 10 estudiantes por nivel</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Nivel</th> <th colspan="3">Candidatos</th> </tr> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Sétimo</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Octavo</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Noveno</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Décimo</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Undécimo</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>13</td> <td>15</td> <td>22</td> </tr> </tbody> </table> <p>Se sigue el supuesto de que la muestra es representativa de la población total de estudiantes y de cada uno de los niveles. Además, la intención de voto se mantendrá para la elección. De acuerdo con esta información responda las siguientes interrogantes:</p> <p>a. ¿Cuál candidato tendría una mayor probabilidad de ganar las elecciones?</p> <p>b. ¿Cuál o cuáles candidatos tendrían mayor probabilidad de ganar las elecciones si únicamente votaran estudiantes del Tercer ciclo?</p> <p>▲ Para este problema es muy importante enfatizar los supuestos que se realizaron, pues para poder generalizar un resultado de una muestra hacia la población se requieren muchos más elementos de los que se han analizado hasta ahora.</p>	Nivel	Candidatos			A	B	C	Sétimo	4	3	3	Octavo	2	5	3	Noveno	6	2	2	Décimo	1	5	4	Undécimo	0	0	10	Total	13	15	22
Nivel	Candidatos																																
	A	B	C																														
Sétimo	4	3	3																														
Octavo	2	5	3																														
Noveno	6	2	2																														
Décimo	1	5	4																														
Undécimo	0	0	10																														
Total	13	15	22																														

		<p> El problema también es un buen ejemplo de la forma en que se pueden combinar técnicas estadísticas como el muestreo y la aplicación de un cuestionario, para desarrollar probabilidades. Proceso involucrado: <i>Conectar</i>.</p> <p> Problemas relacionados con elecciones estudiantiles motivan a involucrarse en estos procesos, como una forma de realizar una vida estudiantil más allá del recibir lecciones. Así se promueve el eje transversal <i>Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz</i>.</p>
--	--	--

9º Año		
Conocimientos	Habilidades	Indicaciones puntuales
<p>Cuadros de frecuencia con variables continuas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Frecuencia absoluta • Frecuencia relativa 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Determinar el número de clases, el intervalo de clases y los límites de clase, según las características de los datos. 2. Determinar la frecuencia con que se presenta un grupo de datos correspondientes a variables continuas. 3. Construir una distribución de frecuencia absoluta y una porcentual, con datos para variables continuas. 4. Construir una agrupación y una ordenación en tablas, de los datos que corresponden a variables continuas, relativas a alguna información referente al entorno escolar, comunal y regional. 	<p>▲ Proponer problemas que involucren el análisis de variables cuantitativas discretas y continuas. Por ejemplo:</p> <p> Suponga que se realiza una encuesta a una muestra de hogares de la comunidad en la que se localiza el colegio. La encuesta incluye las siguientes preguntas relacionadas con la vivienda:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál es el área de construcción? ¿Cuántos dormitorios? ¿Cuál es el material predominante en las paredes? ¿Hace cuánto tiempo se construyó? ¿Cuántos servicios sanitarios posee? ¿Cuál es el estado general de la vivienda: bueno, regular, malo? ¿Cuánto mide de frente el lote? ¿Cuántas personas habitan en ella? <p>Con respecto a las preguntas anteriores:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Identifique las características cuantitativas y las cualitativas. b. Agrupe las características cuantitativas de acuerdo con la estrategia de recolección empleada: conteo o medición. <p>▲ El problema anterior es eminentemente descriptivo, tiene como propósito diferenciar entre los distintos tipos de características dependiendo del tipo de datos que pueden generar. Para las características cuantitativas se debe observar que unas de ellas se obtienen por conteo y normalmente generan números enteros, mientras que las otras corresponden a mediciones que teóricamente podrían tomar cualquier valor real, aunque normalmente se representan con aproximaciones decimales.</p> <p> La determinación de datos por medio de mediciones muestra una clara conexión entre las áreas de <i>Estadística y Medidas</i>. Pero además, debido a que los datos</p>

correspondientes a estas mediciones anteriores se expresan en forma decimal, también se puede evidenciar la conexión entre *Estadística y Números*.

Para continuar con el análisis de las variables continuas, se recomienda plantear la siguiente situación.



En la Antigüedad se utilizaban unidades de medida que estaban relacionadas con el cuerpo humano, dos de ellas son el palmo y el codo. El palmo es la longitud entre el pulgar y el meñique con la mano abierta (también conocida como cuarta).

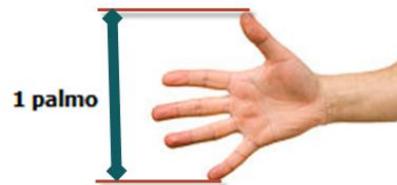


Imagen con derechos adquiridos por el MEP

y el codo correspondía a la longitud desde el codo hasta el extremo de los dedos.



Imagen con derechos adquiridos por el MEP

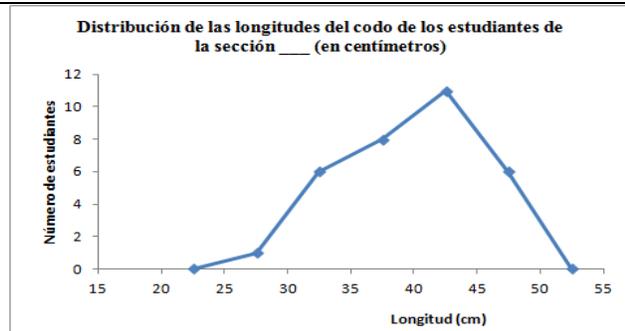


Proceda a realizar un análisis estadístico para determinar si existen diferencias entre hombres y mujeres respecto a la longitud del codo y del palmo (cuarta) entre estudiantes del grupo.

▲ Se debe orientar sobre la necesidad de agrupar los datos en clases, pues las mediciones que se pudieran generar presentan mucha variabilidad, por lo que no es viable resumir estos datos empleando cuadros o gráficos de frecuencia simple. Los problemas que se enfrenten al resumir esta información permiten que se introduzcan las distribuciones de frecuencia de clases para agrupar esta información.

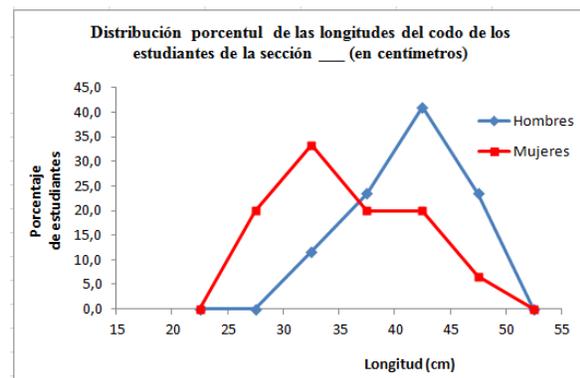
Para ejemplificar un análisis con datos continuos, en las indicaciones puntuales se sugiere medir el codo y el palmo de las y los estudiantes. Para sistematizar la información se propone la construcción de distribuciones de frecuencia. Con la actividad propuesta se espera que, con la orientación docente, se pueda realizar una agrupación de datos y resumir la información tal como se indica a continuación para el caso de todos los estudiantes del grupo.

		<p style="text-align: center;">Distribución de las longitudes del codo de las y los estudiantes de la sección ____ (en centímetros)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Longitud del codo</th> <th style="text-align: center;">Número de estudiantes</th> <th style="text-align: center;">Porcentaje de estudiantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>De 25 a menos de 30</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">3,1</td> </tr> <tr> <td>De 30 a menos de 35</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">18,8</td> </tr> <tr> <td>De 35 a menos de 40</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">25,0</td> </tr> <tr> <td>De 40 a menos de 45</td> <td style="text-align: center;">11</td> <td style="text-align: center;">34,4</td> </tr> <tr> <td>De 45 a menos de 50</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">18,8</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td style="text-align: center;">32</td> <td style="text-align: center;">100, 0</td> </tr> </tbody> </table> <p>Las clases deben adaptarse a los datos obtenidos procurando una adecuada distribución de todos los datos, utilizando preferiblemente clases del mismo tamaño. A continuación se incluyen una distribución de frecuencias para hombres y mujeres en un mismo cuadro, con ello favorecer la comparación.</p> <p style="text-align: center;">Distribución de las longitudes del codo de los estudiantes de la sección ____ (en centímetros)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2" style="text-align: left;">Longitud del codo</th> <th colspan="2" style="text-align: center;">Hombres</th> <th colspan="2" style="text-align: center;">Mujeres</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">Total</th> <th style="text-align: center;">%</th> <th style="text-align: center;">Total</th> <th style="text-align: center;">%</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>De 25 a menos de 30</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0,0</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">20,0</td> </tr> <tr> <td>De 30 a menos de 35</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">11,8</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">33,3</td> </tr> <tr> <td>De 35 a menos de 40</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">23,5</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">20,0</td> </tr> <tr> <td>De 40 a menos de 45</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">41,2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">20,0</td> </tr> <tr> <td>De 45 a menos de 50</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">23,5</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">6,7</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td style="text-align: center;">17</td> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">15</td> <td style="text-align: center;">100</td> </tr> </tbody> </table>	Longitud del codo	Número de estudiantes	Porcentaje de estudiantes	De 25 a menos de 30	1	3,1	De 30 a menos de 35	6	18,8	De 35 a menos de 40	8	25,0	De 40 a menos de 45	11	34,4	De 45 a menos de 50	6	18,8	Total	32	100, 0	Longitud del codo	Hombres		Mujeres		Total	%	Total	%	De 25 a menos de 30	0	0,0	3	20,0	De 30 a menos de 35	2	11,8	5	33,3	De 35 a menos de 40	4	23,5	3	20,0	De 40 a menos de 45	7	41,2	3	20,0	De 45 a menos de 50	4	23,5	1	6,7	Total	17	100	15	100
Longitud del codo	Número de estudiantes	Porcentaje de estudiantes																																																												
De 25 a menos de 30	1	3,1																																																												
De 30 a menos de 35	6	18,8																																																												
De 35 a menos de 40	8	25,0																																																												
De 40 a menos de 45	11	34,4																																																												
De 45 a menos de 50	6	18,8																																																												
Total	32	100, 0																																																												
Longitud del codo	Hombres		Mujeres																																																											
	Total	%	Total	%																																																										
De 25 a menos de 30	0	0,0	3	20,0																																																										
De 30 a menos de 35	2	11,8	5	33,3																																																										
De 35 a menos de 40	4	23,5	3	20,0																																																										
De 40 a menos de 45	7	41,2	3	20,0																																																										
De 45 a menos de 50	4	23,5	1	6,7																																																										
Total	17	100	15	100																																																										
<p>Representación gráfica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Histogramas absolutas y frecuencias • Polígono de frecuencias absolutas y frecuencias relativas 	<ol style="list-style-type: none"> 5. Identificar los histogramas y de los polígonos de frecuencia, y su diferentes componentes. 6. Construir histogramas y polígonos de frecuencia. 7. Interpretar de la información brindada por tablas de frecuencia y gráficos estadísticos. 	<p>En relación con el punto anterior, para complementar las posibilidades de resumen de los datos continuos se requiere introducir la construcción de histogramas o polígonos de frecuencia para resumir la información. Tal como se muestra:</p> <div style="text-align: center;"> <p style="text-align: center;">Distribución porcentual de las longitudes del codo de los estudiantes de la sección ____ (en centímetros)</p> </div>																																																												



▲ Para efectos de representar los datos de las longitudes de los codos, únicamente se debe utilizar una de las representaciones, pues tanto el cuadro como los dos gráficos anteriores comunican la misma información, solamente que uno de ellos presenta valores absolutos y el otro valores porcentuales

Para efectos del problema original, se debería realizar un análisis similar para cada sexo. En este caso, un análisis muy representativo lo constituye la construcción de un polígono de frecuencias de hombres y de mujeres en el mismo plano cartesiano, con ello se tendría una adecuada representación del problema para extraer las conclusiones correspondientes, tal como se ejemplifica.



▲ Es importante que los estudiantes comprendan que para realizar la comparación se requiere emplear las frecuencias porcentuales y representar ambos grupos en el mismo gráfico. De este modo, es posible identificar que, en general las mujeres tiene longitud del codo menor que los hombres, pero además hay más variabilidad en las longitudes de las mujeres que en las de los hombres, los cuales se concentran en un rango menor de datos.

▲ El énfasis de las distribuciones de frecuencias o sus representaciones gráficas debe centrarse en el análisis de la información y no en los procesos de construcción; por ello se recomienda tomar en cuenta esta recomendación al momento de desarrollar estos temas.



En este tipo de problemas intervienen diferentes procesos. Primeramente, la resolución de problemas está

		<p>presente al momento de estructurar la situación y en la forma de abordarlos por parte del estudiantado. Luego la representación por medio de cuadros o gráficos para resumir los datos recolectados. Además se establecen conexiones con otras áreas matemáticas como Medidas y Números en cuanto a las mediciones y con Geometría y Relaciones y Álgebra con las representaciones gráficas. Por último se desarrolla la argumentación, debido a que la información que proporcionan las representaciones permite argumentar las respuestas a los problemas.</p>
--	--	---

Ciclo diversificado



Imagen propiedad del MEP

Ciclo diversificado, Geometría

Observaciones

Para décimo año

El tema de geometría no se aborda en 10° año en el programa anterior; tampoco se abordará en el programa de transición 2013.

Para undécimo año

Para este nivel, la transición consiste en eliminar algunos objetivos del programa anterior para dar espacio a la aplicación del enfoque de los nuevos programas; estos son:

- Aplicar las relaciones métricas entre ángulos del círculo y el arco que respectivamente interceptan, en la solución de ejercicios y problemas (número 4).
- Aplicar el concepto de áreas y perímetros del anillo o corona circular, del sector circular y del segmento circular, en la solución de ejercicios y problemas (número 5).
- Aplicar las fórmulas para el cálculo del volumen de un cuerpo geométrico o de la unión o complemento de dos o más de ellos, en la solución de ejercicios o problemas (número 9).

Los conceptos y objetivos que quedan se redactan en forma de conocimientos y habilidades específicas de manera coherente con lo que proponen los nuevos programas.

Habilidades generales

Las habilidades generales que serán desarrolladas en *Geometría* durante este ciclo son:

- Aplicar diversas relaciones entre elementos de las circunferencias.
- Aplicar diversas relaciones de posición que se establecen entre circunferencias.
- Calcular áreas y perímetros de polígonos.
- Determinar y aplicar el área de diversos cuerpos sólidos.

11° Año	
Conocimientos	Habilidades específica
Círculo y circunferencia, elementos: <ul style="list-style-type: none">• radio• centro• cuerda• diámetro• ángulo central• arco• recta tangente• recta secante	<ol style="list-style-type: none">1. Reconocer diferentes elementos relacionados con la circunferencia (radio, centro, cuerda, diámetro, ángulo central, arco, rectas tangentes, rectas secantes).2. Aplicar la relación entre la medida de un ángulo central y el arco que subtiende.3. Aplicar las relaciones entre los elementos básicos del círculo y la circunferencia (el diámetro y el radio, la cuerda de mayor longitud y el diámetro, el ángulo central y el arco que subtiende) en la solución de problemas y en situaciones del contexto.

<p>Circunferencias, posición relativa:</p> <ul style="list-style-type: none"> • circunferencias concéntricas • circunferencias tangentes interiores • circunferencias tangentes exteriores • circunferencias secantes. 	<p>4. Aplicar las relaciones que se establecen entre circunferencias concéntricas, circunferencias tangentes y circunferencias secantes, en la solución de problemas y situaciones del entorno.</p>
<p>Circunferencias, relaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • entre radios y tangentes • entre cuerdas 	<p>5. Aplicar que una recta es tangente a la circunferencia si y solo si es perpendicular al radio en su punto de tangencia.</p> <p>6. Aplicar que en una misma circunferencia, o en circunferencias congruentes, dos cuerdas son congruentes si y solo si equidistan del centro.</p>
<p>Polígonos regulares:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ángulo central • ángulo interno • ángulo externo • lado • apotema • radio • diagonal 	<p>7. Aplicar relaciones métricas entre diversos elementos (ángulo central, interno, externo, lado, apotema, radio, diagonal), de los polígonos regulares, inscritos o circunscritos a una circunferencia, en la solución de problemas y situaciones del entorno.</p> <p>8. Determinar y aplicar el perímetro y área de polígonos regulares en la solución de problemas y situaciones del entorno.</p> <p>9. Determinar y aplicar, en la resolución de problemas y situaciones del entorno, diversas relaciones entre elementos de un polígono regular (número de lados y número de diagonales, número de lados y la medida del ángulo externo, número de lados y la medida del ángulo interno, número de lados y la suma de las medidas de los ángulos internos, suma de las medidas de los ángulos externos).</p>
<p>Sólidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • cubo • prisma recto • cilindro circular recto • pirámide regular • cono circular recto • esfera • área total • área parcial 	<p>10. Determinar y aplicar el área total y área parcial de cubos, prismas rectos, cilindros circulares rectos, pirámides regulares, conos circulares rectos y esferas, en la solución de problemas y situaciones del entorno.</p>

Ciclo diversificado, Relaciones y álgebra

Observaciones

Para décimo año

Los objetivos y los contenidos corresponden al programa de estudio 2005 para el área de Relaciones y Álgebra. Todos ellos son básicos, pero para utilizar la nueva metodología se ha decidido eliminar los conocimientos correspondiente a la *simplificación de expresiones algebraicas fraccionarias* y a *operaciones con expresiones fraccionarias*. Los objetivos y contenidos fueron asimilados como conocimientos y habilidades específicas en los nuevos programas. No aparece la columna de indicaciones puntuales.

Para undécimo año

Los objetivos y los contenidos corresponden al programa de estudio 2005 para el área de Relaciones y Álgebra. Todos ellos son básicos y lo importante es utilizar la nueva metodología. Los objetivos y contenidos fueron asimilados como conocimientos y habilidades específicas en los nuevos programas. No aparece la columna de indicaciones puntuales.

Habilidades generales

Las habilidades generales que serán desarrolladas en *Geometría* durante este ciclo son:

- Aplicar las ecuaciones de segundo grado y las funciones cuadráticas en diferentes contextos.
- Aplicar diversos conocimientos relacionados con funciones en diferentes contextos.
- Aplicar la función lineal y conceptos relacionados en diferentes contextos.
- Aplicar las funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas en diferentes contextos.

10° Año	
Conocimientos	Habilidades específicas
Ecuaciones <ul style="list-style-type: none">• Ecuaciones de segundo grado con una incógnita<ul style="list-style-type: none">- Raíces- Discriminante- Conjunto solución	<ol style="list-style-type: none">1. Analizar el número de raíces de una ecuación de segundo grado con una incógnita a partir del discriminante.2. Resolver ecuaciones de segundo grado de la forma $ax^2 = c$, utilizando el método del despeje.3. Resolver ecuaciones de segundo grado de la forma $ax^2 + bx = 0$, utilizando factorización y el método del despeje.4. Resolver ecuaciones de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, utilizando la fórmula general.5. Resolver ecuaciones que se reducen a ecuaciones de segundo grado con una incógnita.6. Plantear y resolver problemas utilizando ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

<p>Expresiones algebraicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Polinomios <ul style="list-style-type: none"> - Factorización 	<ol style="list-style-type: none"> 7. Factorizar trinomios de segundo grado con una variable mediante los siguientes métodos: inspección, fórmula notable, fórmula general. 8. Factorizar en forma completa polinomios de tres o cuatro términos con una o dos variables mediante los siguientes métodos: factor común y fórmula notable, grupos y factor común, grupos y diferencia de cuadrados.
<p>Funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cantidades constantes • Cantidades variables • Dependencia • Independencia • Elementos para el análisis de una función <ul style="list-style-type: none"> - Dominio - Ámbito - Codominio - Imagen - Preimagen • Función lineal <ul style="list-style-type: none"> - Representación algebraica - Representación tabular - Representación gráfica - La recta - Pendiente - Intersección - Creciente - Decreciente - Sistema de ecuaciones lineales • Función cuadrática <ul style="list-style-type: none"> - Representación algebraica - Representación tabular - Representación gráfica - La parábola: Concavidad, simetría, vértice - Intersección 	<ol style="list-style-type: none"> 9. Distinguir entre cantidades constantes y variables. 10. Identificar y aplicar relaciones entre dos cantidades variables en una expresión matemática. 11. Identificar si una relación dada en forma tabular, simbólica o gráfica corresponde a una función. 12. Evaluar el valor de una función dada en forma gráfica o algebraica, en distintos puntos de su dominio. 13. Interpretar hechos y fenómenos mediante relaciones que corresponden a funciones. <hr/> <ol style="list-style-type: none"> 14. Identificar el dominio, codominio, ámbito, imágenes y preimágenes de una función a partir de su representación gráfica. 15. Determinar el dominio máximo de funciones con criterio dado por expresiones algebraicas sencillas tales como: expresiones polinomiales de una variable; expresiones racionales con denominador de la forma $ax + b$, a, b reales; expresiones radicales de índice par con subradical de la forma $ax + b$, a, b reales. <hr/> <ol style="list-style-type: none"> 16. Identificar situaciones del entorno que pueden ser expresadas algebraicamente en la forma $y = ax + b$. 17. Representar en forma tabular, algebraica y gráfica una función lineal (incluidas la identidad y la constante). 18. Determinar la pendiente y las intersecciones con los ejes de coordenadas de una función lineal dada en forma gráfica o algebraica. 19. Analizar la monotonía de una función lineal dada en forma tabular, gráfica o algebraica. 20. Determinar la ecuación de una recta a partir de su pendiente y un punto que pertenece a la recta. 21. Determinar la ecuación de una recta a partir de dos puntos que pertenecen a la recta. 22. Determinar la ecuación de una recta paralela a otra recta dada. 23. Determinar la ecuación de una recta perpendicular a otra recta dada. 24. Plantear y resolver problemas contextualizados que se modelan mediante funciones lineales. 25. Identificar situaciones que se modelan por un sistema de ecuaciones lineales con dos variables.

<ul style="list-style-type: none"> - Creciente - Decreciente 	26. Plantear y resolver problemas contextualizados que se modelan mediante un sistema de ecuaciones lineales con dos variables.
<ul style="list-style-type: none"> • La función inversa <ul style="list-style-type: none"> - Inyectividad - Sobreyectividad - Gráfica de la función inversa - Inversa de una función lineal - Inversa de una función cuadrática 	27. Identificar situaciones del entorno que pueden ser modeladas por una función cuadrática. 28. Representar gráficamente una función con criterio $y = ax^2 + bx + c$. 29. Determinar el dominio, ámbito, concavidad, simetrías, vértice y las intersecciones con los ejes de coordenadas de una función cuadrática dada en forma gráfica o algebraica. 30. Analizar la monotonía de una función cuadrática dada en forma tabular, gráfica o algebraica. 31. Plantear y resolver problemas contextualizados que se modelan mediante funciones cuadráticas.
<ul style="list-style-type: none"> • La función exponencial y la ecuación exponencial 	32. Identificar situaciones del entorno que involucran funciones inversas. 33. Identificar las condiciones para que una función tenga inversa. 34. Relacionar la gráfica de una función con la gráfica de su inversa, considerando el concepto de eje de simetría. 35. Determinar intervalos en los cuales una función representada gráficamente tiene inversa. 36. Determinar el criterio de las funciones inversas correspondientes a funciones con criterio de la forma:
<ul style="list-style-type: none"> • La función logarítmica y la ecuación logarítmica 	$f(x) = mx + b, m \neq 0, g(x) = ax^2 + c, a \neq 0, h(x) = \sqrt{x+b} + c$ $a, b, c, m \text{ reales.}$
	37. Identificar situaciones del entorno que involucran funciones exponenciales. 38. Caracterizar la función exponencial de acuerdo a su criterio, dominio, ámbito. 39. Representar en forma tabular, algebraica y gráfica una función exponencial. 40. Analizar la monotonía de una función exponencial dada en forma tabular, gráfica o algebraica. 41. Determinar el conjunto solución de una ecuación exponencial que se reduce a la forma $b^{P(x)} = b^{Q(x)}$, $P(x)$, $Q(x)$ polinomios de grado menor que 3. 42. Plantear y resolver problemas contextualizados que se modelan mediante una función exponencial.
	43. Identificar situaciones del entorno que involucran funciones logarítmicas. 44. Caracterizar la función logarítmica de acuerdo a su criterio, dominio, ámbito. 45. Representar en forma tabular, algebraica y gráfica una función logarítmica. 46. Analizar la monotonía de una función logarítmica dada en forma tabular, gráfica o algebraica.

	<p>47. Aplicar las propiedades de la función logarítmica.</p> <p>48. Determinar el conjunto solución de una ecuación logarítmica que se reduce a la forma $\log_a f(x) = \log_a g(x)$.</p> <p>49. Determinar el conjunto solución de una ecuación exponencial que se reduce a la forma $a^{P(x)} = b^{Q(x)}$, $P(x), Q(x)$ polinomios de grado menor que 3.</p> <p>50. Plantear y resolver problemas contextualizados que se modelan mediante una función logarítmica.</p>
--	---

11° Año	
Conocimientos	Habilidades específicas
<p>Funciones trigonométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ángulos <ul style="list-style-type: none"> - Arcos - Radianes - Grados • Circunferencia trigonométrica • Seno, Coseno, Tangente, Cotangente Secante, Cosecante • Identidades trigonométricas • Ecuaciones trigonométricas 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interpretar la información proveniente de diversas fuentes, acerca de la utilización de la trigonometría en el desarrollo científico y tecnológico. 2. Identificar situaciones del entorno que pueden ser modeladas por funciones trigonométricas. 3. Representar ángulos en posición estándar, a partir de arcos de medidas: 0 rad, $\frac{\pi}{6}$ rad, $\frac{\pi}{4}$ rad, $\frac{\pi}{3}$ rad, $\frac{\pi}{2}$ rad, $\frac{2\pi}{3}$ rad, $\frac{3\pi}{4}$ rad, $\frac{5\pi}{6}$ rad, π rad, $\frac{3\pi}{2}$ rad, 2π rad. 4. Expresar la medida de un ángulo en grados o en radianes. 5. Transformar radianes en grados o grados en radianes. 6. Determinar ángulos definidos en la circunferencia trigonométrica. 7. Ubicar ángulos, en posición estándar, positivos o negativos, de cualquier medida, en la circunferencia trigonométrica. 8. Caracterizar las funciones seno, coseno y tangente de acuerdo a su criterio, dominio, codominio y ámbito. 9. Determinar las imágenes de las funciones seno y coseno para los valores (en grados o en radianes) correspondientes a $0, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm 2\pi, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pm \frac{5\pi}{4}, \pm \frac{7\pi}{4},$ $\pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{2\pi}{3}, \pm \frac{4\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}, \pm \frac{\pi}{6}, \pm \frac{5\pi}{6}, \pm \frac{7\pi}{6}, \pm \frac{11\pi}{6}$ 10. Determinar las imágenes de la función tangente para los valores (en grados o en radianes) correspondientes a $0, \pm \pi, \pm 2\pi, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pm \frac{5\pi}{4}, \pm \frac{7\pi}{4},$ $\pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{2\pi}{3}, \pm \frac{4\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}, \pm \frac{\pi}{6}, \pm \frac{5\pi}{6}, \pm \frac{7\pi}{6}, \pm \frac{11\pi}{6}.$ 11. Justificar la variación en el signo de las imágenes obtenidas para las funciones seno, coseno y tangente.

	<ol style="list-style-type: none">12. Analizar la monotonía, paridad y periodicidad de las funciones seno, coseno y tangente.13. Representar en forma tabular, algebraica y gráfica las funciones seno, coseno y tangente.14. Utilizar la circunferencia trigonométrica para obtener la identidad trigonométrica fundamental: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$.15. Aplicar la relación de reciprocidad de las funciones secante, cosecante y cotangente, con las funciones coseno, seno y tangente, para comprobar identidades trigonométricas simples como $1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$, $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$.16. Resolver ecuaciones trigonométricas sencillas en el intervalo $[0, 2\pi]$.17. Plantear y resolver problemas contextualizados que se modelan mediante funciones trigonométricas.
--	--

Ciclo diversificado, Estadística y probabilidad

Observaciones

Lo mismo que en el programa anterior, tampoco en el programa de transición 2013 se aborda el área de Estadística y Probabilidad ni en décimo ni en undécimo año.

Distribución de áreas para el 2013

A continuación se propone la distribución por áreas según trimestre para el III ciclo y el Ciclo Diversificado.

Sétimo

I Trimestre	II Trimestre	III Trimestre
Números	Relaciones y Álgebra (2 meses) Estadística y Probabilidad (1 mes)	Estadística y Probabilidad (1 mes) Geometría (2 meses)

Octavo

I Trimestre	II Trimestre	III Trimestre
Números (2 meses) Geometría (1 mes)	Geometría (1 mes) Relaciones y Álgebra (2 meses)	Relaciones y Álgebra (1 mes) Estadística y Probabilidad (2 meses)

Noveno

I Trimestre	II Trimestre	III Trimestre
Números (1 mes) Relaciones y Álgebra (2 meses)	Relaciones y Álgebra (1 mes) Estadística y Probabilidad (2 meses)	Geometría

Décimo

I Trimestre	II Trimestre	III Trimestre
Relaciones y Álgebra	Relaciones y Álgebra	Relaciones y Álgebra

Undécimo

I Trimestre	II Trimestre	III Trimestre
Geometría	Relaciones y Álgebra	Relaciones y Álgebra

Anexo

A continuación se proporciona, a manera de guía muy sintética, una tabla comparativa entre el programa anterior y el nuevo programa. Se refiere, en forma resumida, a los conocimientos que se desarrollan en ambos programas, por nivel y por área. En la primera columna se dan los años, en la segunda columna aparecen las áreas, en la tercera se dan los conocimientos comunes a ambos programas en el nivel y área correspondiente, en la cuarta los que están en el programa anterior y no en el nuevo en dicho nivel y área y en la quinta columna los que están en el programa nuevo en el nivel correspondiente y no aparecen ahí en el anterior.

Año	Áreas	Conocimientos		
		Comunes	Anterior	Nuevo
1°	Números	Números hasta 99. Sumas y restas. Orden: mayor, menor, igual, sin uso de símbolos.	Ordinales hasta 6°. Decena.	Ordinales hasta 10. Doble ($n < 10$). Mitad ($n < 20$)
	Geometría	Líneas rectas, curvas, cerradas. Interior, exterior, borde. Figuras planas en sólidos. Triángulos, cuadriláteros, polígonos.	Superficies planas y curvas en objetos.	Cajas (paralelepípedos).
	Medidas	Moneda, hasta 100 colones. Longitud, metro, centímetro. Masa (peso). Capacidad.	Tiempo: la hora en relojes.	Tiempo: percepción, intervalos de tiempo, conceptos relacionados (día, noche, antes, después, etc.)
	Relaciones y álgebra	Sucesiones, patrones.	Tablas doble entrada.	Representar cantidades.
	Estadística y probabilidad	Gráfica de barras.	Recolección de datos.	Datos cualitativos y cuantitativos, variabilidad, resultados aleatorios, resultados seguros.
2°	Números	Números hasta 1000. Ordinales hasta 20°. Suma, resta, multiplicación. Unidad, decena, centena. Antecesor, sucesor. Orden: mayor, menor, igual, con uso de símbolos.	Combinación de operaciones: +, - y x.	Valor posicional. Representación en la recta numérica. Doble, mitad, dividir por 2.
	Geometría	Líneas rectas, quebradas, curvas, mixtas. Triángulos, cuadrados, rectángulos.	horizontal, vertical, oblicua	Composición de figuras. Caja, esferas.
	Medidas	Moneda hasta 1000 colones. Metro, centímetro, relaciones entre ellos, símbolos. Kilogramo. Litro. Tiempo: horas, minutos, intervalos de 15, 30, 45 minutos.		Gramos, símbolos.
	Relaciones y álgebra	Relaciones mayor, menor, uso de los símbolos. Sucesiones ascendentes y descendentes.	Igualación con un elemento desconocido, aplicando multiplicaciones.	Patrones o regularidades en forma tabular.
	Estadística y probabilidad	Registro de datos. Eventos probables y no probables.	Gráfica de barras.	Variabilidad. Frecuencia. Cuadros. Moda. Más probable, menos probable.

3°	Números	Suma, resta, multiplicación, división. Ordinales, valor posicional. Doble, triple.	Números hasta 9 999. Décimas. Fracciones.	Números hasta 100 000. Quintuple.
	Geometría	Ángulos: recto, agudo, obtuso. Polígonos (reconocer, trazar).	Perímetros.	Ubicar objetos. Circunferencias, radio, diámetro. Esferas. Cubos, caras, aristas.
	Medidas	Moneda, colones, billetes. Longitud: metro múltiplos y submúltiplos del metro. Kilo-gramo y división en cuartos. Capacidad: litros y sus múltiplos y submúltiplos. Tiempo: año, mes, semana, hora, minuto, segundo, conversiones.		Problemas que involucran diversas medidas.
	Relaciones y álgebra	Series ascendentes y descendentes. Igualación con sumas y restas con un elemento desconocido.	Relación de un número con su doble, triple, cuádruplo, quintuple.	Número que falta en una tabla. Representar sumas y restas en la recta numérica.
	Estadística y probabilidad	Muestra al azar. Mayor, menor o igual probabilidad. Tablas. Gráficas de barras.		Moda, máximo y mínimo de un grupo de datos. Resultados de un experimento.
4°	Números	Notación desarrollada. Ordinales hasta 100°. Expansión decimal hasta milésimas. Fracciones propias.	Núm. hasta 99 999. Base de numeración 2, 3, 4 y 5. Fracciones equivalentes. Suma y resta de fracciones homogéneas.	Núm. hasta 999 999. Pares, impares. Múltiplos. Comparar fracciones propias. Orden con números en forma decimal.
	Geometría	Triángulos, clasificación por ángulos, clasificación por lados. Paralelogramo, cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio, trapecoide. Polígonos regulares e irregulares.	Superficie, área (concepto). Perímetro, área (sin fórmula) de figuras formadas por triángulos y cuadriláteros.	Cubo, prisma rectangular. Segmentos y planos paralelos y perpendiculares. Simetría: ejes, trazado, puntos homólogos.
	Medidas	Metro cuadrado, sus múltiplos y submúltiplos. Moneda. Temperatura: grados Celsius y Fahrenheit. Tiempo (diversas unidades). Sistema métrico decimal.		Ángulos (medida en grados).
	Relaciones y álgebra	Comparación de cantidades. Propiedades de las operaciones.	Relaciones y equivalencias entre unidades.	Sucesiones, patrones. Tablas. Número faltante en una expresión, figura o tabla.
	Estadística y probabilidad	Gráfica de barras, pictogramas. Eventos de mayor, menor o igual probabilidad.	Eventos probables, no probables, seguros.	Conteo, medición. Errores en los datos. Diagramas de puntos. Moda, media aritmética, máximo, mínimo, recorrido. Aleatoriedad, eventos favorables. Puntos muestrales.
5°	Números	Operaciones. Divisibilidad, divisor, factor, múltiplo. Fracciones: impropias, homogenización, suma y resta. Diversas representaciones. Expansión decimal hasta diezmilésimos, valor posicional. Notación desarrollada.	Sistemas de numeración base 2, 3, 4 y 5. Números hasta 1 000 000. Primos, compuestos. MMC, MDC	

	Geometría	Área de paralelogramo, trapecio y triángulo (concepto y fórmulas).		Perímetros. Coordenadas en el I cuadrante. Traslaciones. Prismas y cilindros (reconocimiento y elementos).
	Medidas	Diversas medidas y sus relaciones.		
	Relaciones y álgebra		Relación de orden. Término desconocido en sumas o restas.	Variables, constantes. Relaciones entre variables. Valor desconocido en una ecuación matemática dada. Escala. Expresión verbal, numérica y literal.
	Estadística y probabilidad	Gráficas. Eventos favorables.	Probabilidad como eventos favorables entre el total.	Población, muestra. Muestreo. Fuentes de error. Cuestionarios. Eventos seguros, probables, imposibles. Más, igual, o menos probables según la frecuencia de puntos muestrales.
6°	Números	Potencias. Notación desarrollada. Expansión decimal.	Propiedades de N, orden. Propiedades sistema de numeración posicional (especialmente base 10).	Divisibilidad, divisor, factor, múltiplo. Primos, compuestos. Fracciones equivalentes. Simplificar, amplificar. Operaciones con fracciones
	Geometría	Circunferencia, círculo, diámetro, radio, centro, cuerda, ángulo central, cuadrante, pi, perímetro, área. Polígonos regulares (hasta 10 lados), inscritos en una circunferencia. Ángulo central, apotema. Perímetro y área. Prisma, pirámide, cono, cilindro, esfera.		Construcción de polígonos. Simetría.
	Medidas	Volumen: metro cúbico y sus múltiplos y submúltiplos. Relación volumen – capacidad.		Nanómetro. Diversas medidas y sus relaciones.
	Relaciones y álgebra	Sucesiones numéricas. Relaciones entre medidas. Razón, proporción, regla de tres, tanto por ciento.		Representar algebraicamente una expresión matemática dada verbalmente. Ecuaciones de primer grado. Solución de una inecuación (concepto).
	Estadística y probabilidad			Frecuencia porcentual, diagramas lineales, series de tiempo. Probabilidad de un evento. Toma de decisiones.
7°	Números	Z: operaciones, orden, potencias (propiedades), simplificación.	Q: operaciones, orden, potencias (propiedades), simplificación.	Teoría de números. Raíces de enteros con resultado entero.
	Geometría	Conceptos básicos. Ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal. Desigualdad triangular. Teorema de la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo. Cuadriláteros (suma de ángulos internos).	Rectas notables de un triángulo.	Elementos de las figuras tridimensionales. Geometría analítica: sistema de coordenadas, puntos, punto medio, puntos interiores y exteriores de una figura cerrada.
	Relaciones y álgebra		Cálculo de un término desconocido de una expresión dada.	Ley de formación de una sucesión. Proporcionalidad directa, inversa. Diversas representaciones.

	Estadística y probabilidad			Cuadros, gráficas y otras representaciones. Unidad estadística, variables, población, muestra. Dato cuantitativo, cualitativo. Experimentación e interrogación. Tablas. Moda, media aritmética, máximo, mínimo, recorrido
8°	Números			Q: operaciones (propiedades), orden, simplificación. Raíces n -ésimas de un número racional.
	Geometría	Congruencia y semejanza de triángulos. Teorema de Thales. Teorema de la paralela media.	Simetría axial.	Homotecias. Pirámide: base, caras laterales, altura, apotema, ápice o cúspide, secciones planas. Prisma recto: caras laterales, bases, altura, secciones planas.
	Relaciones y álgebra	Variables, expresiones algebraicas, monomios, binomio, trinomio, polinomio. Operaciones. Productos notables. Ecuación de primer grado una incógnita en Q.		Función lineal. Relación función lineal – ecuación lineal.
	Estadística y probabilidad	Población, muestra, variable y datos estadísticos. Distribuciones de frecuencia absoluta y frecuencia relativa. Tablas y gráficas. Media aritmética. Mediana. Moda.		Máximo, mínimo, recorrido. Situaciones aleatorias y deterministas. Espacio muestral, puntos muestrales. Eventos simples, compuestos, seguros, probables e imposibles. Probabilidad de un evento (cálculo).
9°	Números	I, R: orden, representación en la recta numérica.	Valor absoluto. Completitud de R. Infinitud, continuidad. Intervalos. Potencias. Radicales.	Estimar el valor de una raíz de un número entero. Representación de cantidades muy grandes y muy pequeñas usando los prefijos del SIM.
	Geometría	Teorema de Pitágoras. Trigonometría en el triángulo rectángulo. Ángulo de elevación y depresión. Ley de senos.	Triángulos rectángulos especiales. Fórmula de Herón.	Distancia entre dos puntos en el plano cartesiano. Pirámide: apotema, área lateral, área total. Área lateral y total de un prisma recto.
	Relaciones y álgebra	Expresiones algebraicas, operaciones. Potencias y radicales, racionalización.	Inecuaciones lineales con una incógnita.	Función y ecuación cuadrática.
	Estadística y probabilidad	Frecuencia absoluta y relativa. Histogramas. Polígono de frecuencias absolutas y relativas.		Propiedades de las probabilidades. Frecuencia relativa como una aproximación al concepto de probabilidad, en eventos en los cuales el espacio muestral es infinito o indeterminado.
10°	Geometría	Rectas paralelas y perpendiculares (en forma analítica).		Circunferencia (representación algebraica): puntos interiores y exteriores, rectas secantes, tangentes y exteriores. Polígonos: perímetro, área, ángulos internos y externos, apotema, radio. Esfera: radio y diámetro. Cilindro circular recto: superficie lateral, bases, altura, radio y diámetro. Secciones planas. Elipses (reconocimiento).

	Relaciones y álgebra	Funciones. Función lineal. Función cuadrática. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	Ecuaciones cuadráticas. Factorización. Simplificación de expresiones. Operaciones. Función inversa. Funciones y ecuaciones exponenciales y logarítmicas.	Conjuntos numéricos: unión, intersección, intervalos, complemento. Composición de funciones.
	Estadística y probabilidad			Gráficas, tablas, moda, media aritmética, mediana, cuartiles, máximo y mínimo. Ubicación aproximada de las medidas de posición de acuerdo con el tipo de asimetría de la distribución de los datos. Media aritmética ponderada. Unión, intersección, complemento en un experimento aleatorio. Eventos mutuamente excluyentes. Reglas básicas (axiomas) de las probabilidades.
11°	Geometría		Círculo y circunferencia (estudio amplio). Polígonos (estudio amplio). Cubo, cilindro, prisma, pirámide, cono, esfera: área y volumen.	Simetría. Traslaciones. Homotecias. Reflexiones. Rotaciones. Elementos de un cono, secciones planas de un cono. Elipses, parábolas, hipérbolas.
	Relaciones y álgebra		Funciones trigonométricas (estudio amplio).	Función inversa. Funciones y ecuaciones exponenciales. Funciones y ecuaciones logarítmicas. Modelación.
	Estadística y probabilidad			Variabilidad. Recorrido intercuartílico, variancia, desviación estándar. Diagramas de cajas. Estandarización, coeficiente de variación.

Créditos

Este documento corresponde a la malla curricular del Plan de Transición de los programas de Matemáticas para el año 2013, que forma parte del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Este proyecto del Ministerio de Educación Pública es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación.

Autores

Edwin Chaves, Miguel González, Edison de Faría y Hugo Barrantes

Editor

Hugo Barrantes

Editores gráficos

Hugo Barrantes y Miguel González

Revisor

Angel Ruiz

Director general del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Ángel Ruiz

Para referenciar este documento

Ministerio de Educación Pública (2012). *Programa de estudio en Matemáticas, Transición 2013*. San José, Costa Rica: autor.



Programa de estudio en Matemáticas, Transición 2013 por Ministerio de Educación Pública de Costa Rica se encuentra bajo una Licencia [Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)

Bibliografía

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio en Matemáticas para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica: autor.